F. Silvestris

Ex Libris Augustini
Fortini

COSIMO BARTOLI

GENTIL'HVOMO,

& Accademico Fiorentino,

DEL MODO DI MISVRARE le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le prouincie, le prospettiue, & tutte le altre cose terrene, che possono occorrere à gli huomini.

Secondo le vere regole d'Euclide, & de gli altri più lodati Scrittori.

DEDICATA

ALL'ILLVSTRISSIMO, ET ECCELLENTISSIMO SIGNORE,

IL SIG. COSIMO DE MEDICI, Duca di Firenze, e di Siena, &c.

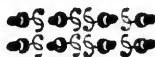
Con licenza de' Superiori, & Priuilegij.

IN VENETIA, M DC XIIII.

Presso Sebastiano Combi.

ALL'ILLVSTRISS.MO ET ECCELLENTISSIMO SIGNORE,

IL SIG. COSIMO DE MEDICI, DVCA DI FIRENZE, ET DI SIENA,

Signore, & Padrone mio osseruandissimo.

COSIMO BARTOLI.

VANTO la Eccell. V. Illustr. habbi sempre con il fauorire coloro, che hanno dato opera alle virtuti, porta occasione à tutti gli huomini di essercitarsi, & nelle arti, & nelle scientie, non è nessuno, che chiaramente non lo conosca. Veggonsi i frutti del celebratissimo studio Pisano, già molti, & molti anni sono, sparsi per tutta Italia. Appariscono in varij luoghi per lo Stato di V. E. le lodatissime imprese delle muraglie, delle Sculture, & delle Pitture, & di molti altri essercitij, che sono quasi infinite, che dalla honoratissima Scuola de virtuosi nutritisi, & essercitatisi sotto l'ombra di

V. Eccell. Illustr. hanno fatto, & continuamente fanno, non solamente honore, & vtile al presente Secolo; ma giouamento, & lume grandissimo al futuro. La onde si può facilissimamente giudicare, che V. Eccell. hauendo conosciuto fino da primi anni, mediante il suo purgatissimo giuditio, essere vero il detto di Socrate, che, si come la Ignorantia è il sommo male de gli huomini, così la Scientia si troua essere il sommo bene; habbi voluto con hauere in protettione, & amare tutti i virtuosi; essortando, & instigando quelli, che attendono alle arti, con dare loro occasione di mettere in atto le lodeuoli inuentioni de belli ingegni loro; & premiando, & accarezzando quelli altri, che Padroni delle scientie, possono insegnandole giouare à molti; purgare il mondo dalla ignorantia, & riempiendolo di bellissime arti, & sacrosante scientie, ridurre gli huomini al sommo bene. Essempio veramente di lodatissimo, & grandissimo Prencipe, che immitando il Creatore del tutto si ingegni di scompartire, & per se stesso, & per le seconde cause ancora, più largamente, & più vniuersalmente, che ei può, i doni delle gratie sue; come in vero hà fatto sempre per il passato, & fà continuamente V. Eccell. Illustr. alla quale non è bastato di fare questo solamente con l'essempio della innocentissima, & essemplarissima vita sua; ma con il riconoscere, & premiare grandemente infiniti virtuosi, seruendosi di loro, come di tante membra, ò mani, quasi come poche fussino le proprie, & particolari concesse à V. Eccell. Illustr. dalla Natura, per spargere più vniuersalmenre, & più largamente per tutto i doni delle arti, & delle Scientie, secondo il magnanimo, & alto concetto di quella. Le quali cose conosciute da molti, sono state cagione, che molti ancora si siano lodeuolmente essercitati in varie sorte di studij, pensando non tanto di volere (nel cercare di giouare à molti) procacciarsi qualche Fama, quanto che satisfare per quanto erano le forze loro à V. Eccell. Illustr. Fra i quali trouandomi io esser vno, ancor che minimo, confesso largamente, & nelle altre passate fatiche de gli studij miei, già per l'addietro dedicate à V. Eccell. Illust. & in queste ancora, hauere desiderato grandemente, & desiderare hor più che mai di

sodis-

sodisfarle. Ilche se mi sarà riuscito nell'hauere condotto in questa lingua i più facili, & certi modi, da potere con vere regole, & ragioni misurare qual si voglia cosa grande, ò piccola di qual si sia lontananza, altezza, larghezza, profondità, superficie, forma, ò corpo, vicina, ò lontana, potendo, ò non potendo auuicinarsele, che possa occorrere al Genere humano; lascierò giudicare à V. E. Illustr. la quale prego deuotissimamente, che accettando queste mie fatiche, si degni alcuna volta ricordarsi di me, come di fedelissimo, non meno che affettionatissimo seruo di Quella, alla quale nostro Signore Dio conceda sempre quel che più desidera.

SEBASTIANO COMBI,

A' BENIGNI LETTORI.

RDENTISSIMO è stato sempre il desiderio mio di mandar' alla stampa cose, che non solamente dilettino, ma che giouino ancora. Laonde essendomisi porta occasione di potere stampare i modi delle Misure di Cosimo Bartoli, giudicandole non meno dilettevoli, ò utili, che necessarie: mi è parso dare questa satisfattione, non tanto alla naturale mia intentione, quanto à coloro, che dilettandosi de gli studij delle buone arti, aspettano, che continouamente le scientie eschino con quelle miglior regole, & maggior facilità, che desiderar si possino, in questa lingua. Parte delle quali, credo che uedranno in questi scritti coloro, che dilettandosi delle Matematiche, li leggeranno accuratamente. Godeteui adunque delle presenti fatiche, ò studiosi, mentre che io procurerò di farui parte di alcune altre opere non meno dilettevoli, che utili: le quali io spero in breue, per benignità de belli ingegni, che in esse continuamente si affaticano, di porre in luce.

NOMI DELLI SCRITTORI, de' quali si è seruito l'Autore in quest'Opera.

ORONTIO *Fineo.*
ALBERTO *Durero.*
ARCHIMEDE.
EVCLIDE.
GEMMA *Frisio.*
GIOVAN *Roia.*
GIOVANNI *Stoflerino.*
LEON BATTISTA *Alberti.*
GEORGIO *Perurbachio.*
PIETRO *Appiano.*
PROSPETTIVA *Commune.*
TOLOMEO.
VITVLLIONE.
VITRVVIO.

SICVIRTVS
COSIMO BARTOLI GENTILHOMO ET ACCAD°. FIORENTINO

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

DI COSIMO BARTOLI

Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO PRIMO.

Proemio, ouero Intentione dell'Autore. Cap. I.

ELL' essaminare le cose delle misure, fra molte, che me ne occorsero, et che mi paruero utili, et necessarie, come che molte mi se ne offerissero, che io giudicassi, che potessero arrecare non solamente diletto, ma giouamẽto, et utilità non piccola al genere humano: quattro furono le principali. La prima fù il misurare delle distantie, che in qual si uoglia modo ci potessino occorrere, ò per larghezza, ò per lunghezza, ò per altezza, ò per profondità. La seconda, il misurare qual si uoglia sorte di superficie, ò di piano. La terza, il misurare de corpi, così regolari, come irregolari. Et la quarta il misurare una Prouincia di 400. ò 500. miglia per lunghezza, et per larghezza, da poterla disegnare in piano, cõ le sue Città principali, Terre, Castella, Porti, Fiumi, Liti, et altre cose di essa più notabili. Et però nel primo libro seguendo l'ordine dell'Orontio (nõ mi sottomettẽdo però in tutto alla traduttione) deliberai da trattare delle distantie. Nel secondo delle superficie,

ò vogliamo dire de piani. Nel terzo de corpi. Nel quarto, seguendo Gemma Frisio, & altri, mi parue di trattare del modo da descriuere le Prouincie in piano. Et se ben, quãto alla prattica della Geometria, mi pareua che questi quattro libri fussino à bastanza; conciosia che non poteua occorrere cosa alcuna à qual si uoglia persona, che con queste regole non si potesse, ò misurare, ò ritrouare. Nondimeno, atteso che io mi ero ingegnato, seguẽdo l'ordine de più lodati scrittori, di prouare con ragioni le misure, che si descriuono, et nel prouarle allegãdo grã parte delle dimande, et de concetti, et delle proposte di Euclide, come che dette misure si siano tutte da lui con fondamento cauate; mi deliberai di non fuggire la fatica di mettere in questa lingua quelle parti di loro, che per le pruoue si erano citate: acciochè qual si uolesse curioso ingegno potesse, mediante questi miei scritti, satisfarsi nel uedere in fronte il uero delle cose trattate. Aggiunsi adũque alli primi quattro libri il quinto; doue sono non solamẽte le dimãde, i concetti, et le proposte citate nelle dimostrationi per pruoue; ma quelle, ancora che da loro dipendono, chiamãdo spesso l'una l'altra; come ben sanno coloro, che dilettandosi di Euclide, lo hãno spesso per le mani. Pareuami ueramente questo quinto libro necessario; nõdimeno stetti più uolte con l'animo sospeso, se io doueuo aggiũgerlo a questi miei scritti, ò pur lasciarlo indietro: perochè essendoci Euclide (come molti sanno) tradotto, mi pareua una fatica con poca mia satisfattione, & forse di altri. Ma due cose finalmente mi fecero risoluere di arrogerlo à queste mie fatiche: la prima, le persuasioni del ualoroso Signore il Capitã Francesco de Medici, non mẽ studioso che affettionato di simili sorte di studij: et l'altra la commodità dell'uniuersale: perche chi harà questi miei scritti per le mani, potrà, senza hauere à portarsi dietro Euclide, restare sodisfatto del tutto, per quã-

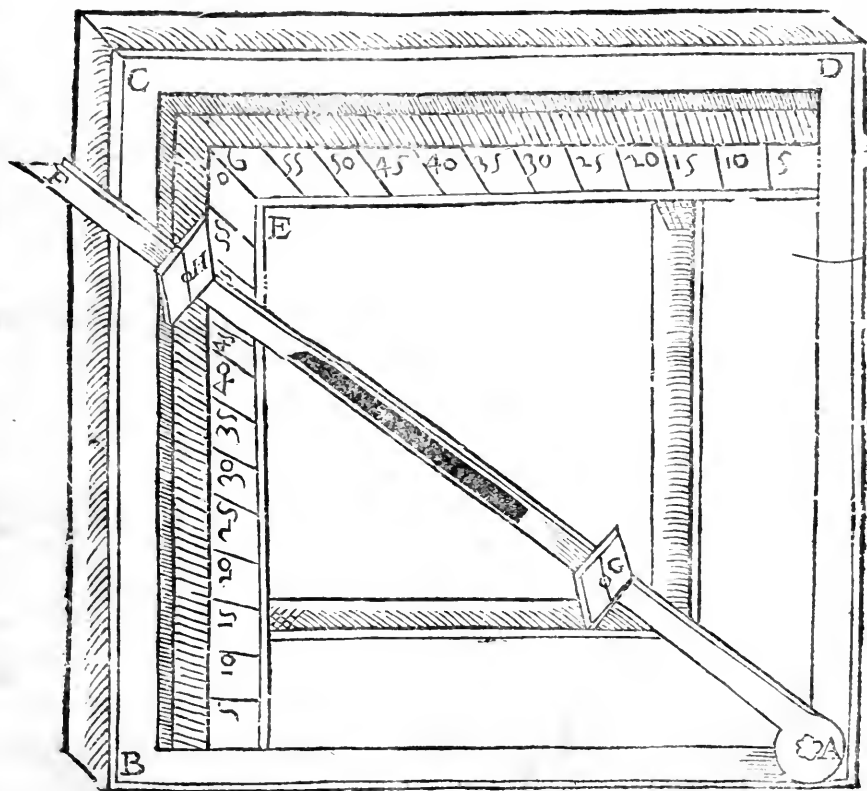
to occorre à dette misure. Paruemi ancora molto utile, et di giouamento non piccolo, lo arrogerci il sesto libro, & mettere in esso le regole del cauare le radici, cosi quadrate, come cubiche: che in molti luoghi sono necessarie à uoler ritrouare, ò cauare le misure, che ne' tre primi libri si sono trattate. Nè uollei, ancora che mi paresse fatica, arrogerci in ultimo la regola delle quattro proportionali, cioè delle tre cose, per satisfattione di coloro, che; se bene hanno in qualche modo notitia, si come interuiene alla maggior parte de gli huomini, di raccorre, multiplicare, & partire, non hanno però in pratica il modo del cauare di qual si uoglia numero le radici quadrate, ò cubiche; nè di ritrouare mediãte i tre termini, ò numeri noti, il quarto proportionale, che fusse loro incognito, ò nascosto. Nel descriuere le quali cose essẽdo io andato principalmẽte dietro all'utilità, e cõmodità de gli huomini, più che à nessun' altra cosa: prego ciascuno, et massime coloro, che attendendo forse più alla lingua, che alla utilità dell'arte, ò della scienza, riprendono spesso à torto, con loro non molto giudicio, et poca satisfattion di altri, i nomi, & le uoci che non paiono loro riceuute dall'uso cõmune, nè approuate, ma nuoue: che mi sia cõcesso usare Schiãciana per linea à schiancio, Parallela per linea ugualmẽte distãte da un' altra, Radice Cubica, et alcune altre uoci simili; riceuute nondimeno, et da moderni, et da gli antichi ancora; come ben sanno coloro, che sono, ò nati, ò nutriti nella Città di Firenze; et che hanno in pratica gli scritti delle cose Matematiche, ò Arismetiche delli scrittori nostri antichi, cosi come de moderni: de quali ce ne son pure assai, che per ancora nõ son uenuti alla stãpa. Ma basti questo per hora, quãto à tal materia: rimettẽdomi nõdimeno nel giudicio migliore di tutti coloro, che più sãno, et che nõ da malignità, ma dalla uerità della cosa fussero spinti à uolerne riprẽdere, ꝑ beneficio dell'uniuersale,

al purgato giudicio de quali mi ſottometterò ſempre molto volentieri.

Come ſi faccia vn quadrante, inſtrumento commodiſſimo per miſurare le diſtantie. Cap. II.

ANCORCHE *le diſtantie ſi poſſino ritrouare per varie uie, & mediante diuerſi inſtrumenti, de quali racconteremo parte. Il quadrante nientedimeno è, per queſte attioni, inſtrumento più di tutti gli altri accomodatiſſimo: perilche hauendo à ſeruirci di eſſo, non mi pare coſa inconueniente, dire con maggior breuità che ſarà poſſibile il modo del farlo. Apparechinſi quattro regoli di alcun legno duriſſimo, atto à non ſi torcere, & queſti ſi arrechin' à larghezza, & à groſſezza, lauorati diligentiſſimamente, et lunghi ugualmente, ſi atteſtino di maniera inſieme, che l'uno con l'altro faccia ſempre angolo à ſquadra et che le facce loro uenghino à piano. Queſti regoli uorrebbono eſſer lunghi almeno due braccia, acciò nell'operare poi ci veniſſe la operatione più giuſta. Commeſſi inſieme queſti regoli, talche faccino un quadro perfetto, ſcielgaſi la faccia più pulita, & in quella ſi tiri una linea diritta da tutte quattro le facce, che ſia non molto lontana dal canto viuo di fuori, et in ſu le cantonate, doue queſte linee ſi congiungono inſieme, ſcriuaſi* ABCD, *ricordandoci che dette linee debbon ugualmente diſcoſtarſi dal canto uiuo da per tutto. Poſto dipoi un regolo dal punto* A *al punto* C, *tiriſi una linea à ſchiancio, che ſia* CE: *à ciaſcun de lati poi* AB, & CD *ſi tirino ancora tre linee parallele, le quali uadino à riſcõtrarſi nella già tirata ſchianciana* CE, *et che inſieme con le* BC *et* CD *laſcino tre interualli talmente proportionati fra loro, che l'vno ſia ſempre per il doppio più largo, che l'altro. Diuidinſi dipoi ciaſcun di queſti lati*

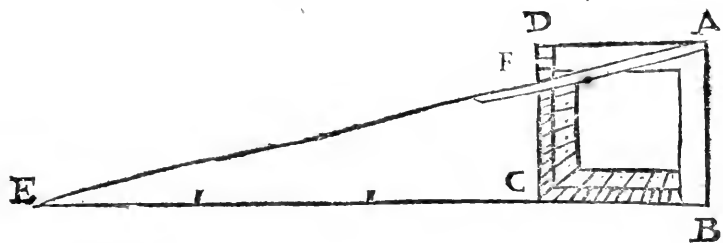
ſecondo

ſecondo la loro lunghezza in dodici parti uguali, & tenendo una teſta del regolo ſempre ferma al punto A, *traportandolo cō l'altra à tutti i punti delle diuiſioni, tirinſi da detti punti alcuni lineette fra detti tre interualli à ſchiācio, che ſieno parallele alla* C E, *et che non paſſino le linee* B C, & C D; *et ciaſcuna di eſſe dodici parti dipoi ſi ridiuida in cinque parti uguali: & da detti punti tirinſi le diuiſioni come l'altre, ma che intraprēdino à pūto duoi interualli. Et in queſto modo qual ſi è l'uno de lati* B C, & C D, *ſarà diuiſo in* 60.

parti, perciochè 5. uie 12. ò 12 uie 5. fà 60. Potrassi ancora ridiuidere l'ultimo interuallo, cioè il più di fuori, che è il più stretto, in due parti uguali, & ciascuna di esse sarà 30. minuti di un grado; ouero ciascuna delle 60. in 3 parti uguali, & ciascuna di esse sarà 20. minuti: ò in 4. et ciascuna sarà 15. minuti. Et così si potrà ridiuidere successiuamente in quante parti noi uorremo qual si è l'una di dette parti, secondo ci piacerà, ò che tornerà commodo alla grandezza dell'instrumento. Fra il primo interuallo dell'uno, & dell'altro lato, cioè nel più largo, scriuinsi i numeri, cominciando dal B *et dal* D, *in questo modo* 5. 10 15. 20. 25. 30. 35. 40. 45. 50 55. 60. *talche il 60. uega al punto* C, *che serua all'un lato & all'altro. Fatto questo, faccisi una linda, che sia diritta, uguale, et piana da per tutto, la quale chiameremo* A F, *almanco tanto lunga, quanto è la schianciana* A C: *et per la lunghezza di essa attachinsi due mire, che uenghino à punto forate nel mezo, et corrispondino insieme con la linda alla schianciana* A C, *come mostrano le figure* GH. *Questa linda finalmēte debbe con il suo centro conficcarsi nel centro* A, *talmente che ella si possa mandare in sù, & in giù, per la faccia dell'instrumento liberamente: et che la linea della fede* A F *corra, come si disse, per mezo delle mire, & uadi giusta à ciascuna delle già fatte diuisioni, secondo che ci occorrerà.*

Come si misurino le distantie à piano di linee diritte con il quadrante geometrico. Cap III.

E ci sarà proposta una linea diritta da misurarsi che sia essentialmente, ò pure immaginata, per il lūgo, ò per il largo, ò per il trauerso della cāpagna, come per modo di essempio sarebbe la BE. *Bisogna collocare il quadrāte di maniera, che uno de suoi lati spartito, cioè*

il

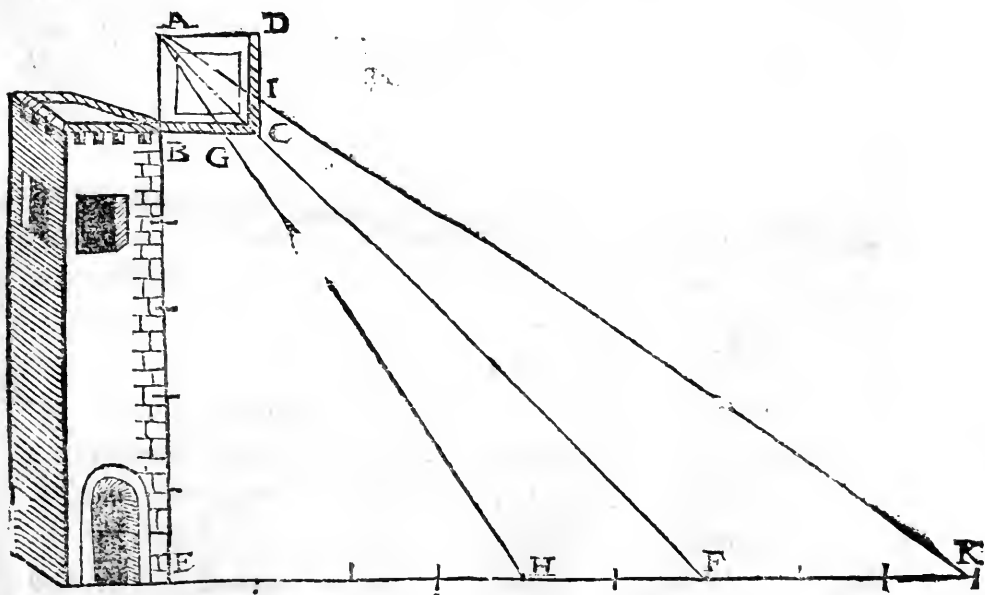
il lato B C *uenga ſopra il piano per lo lungo, & al diritto della pro poſtaci linea* B E; *& che il* B *ſia à punto al principio della linea, che ſi harà da miſurare; & l'una, et l'altra faccia del quadrante* A B, *&* C D, *ſtia a piombo ſopra il piano. Pongaſi dipoi l'occhio al punto* A, *& abbaſſiſi, ò alziſi la linda talmente, che paſſando la ueduta per amẽdue le mire arriui alla fine della propoſtaci linea* E. *Fatto queſto, notiſi, doue la linda* A F *batta nel lato* C D: *che per modo di eſſempio diremo, che batta nel punto* F. *Se la interſecatione* D F *ſarà* 15. *di quelle parti uguali, che tutta la* C D *è uguale ad eſſa* A D *è* 60. *perche* 60. *corriſponde per quattro tanti al* 15. *la propoſtaci linea* B E *ſarà lunga per quattro uolte eſſo lato* A B. *Adunque ſe il lato* A B *ſarà un braccio, la propoſtaci linea* B E *ſarà quattro braccia ſimili.*

Per dimoſtratione delle coſe dette, egli è chiaro, che i duoi triãgoli A B E, *&* A D F. *ſono di angoli uguali: conciofiache l'angolo* A E B *è uguale all'altro angolo* D A F, *ſecondo che ſi proua per la uentinoueſima del primo di Euclide; conciofia che la linea diritta* A E *taglia à trauerſo le due* A D, *&* B E, *che ſono parallele. Lo angolo* B A E *ancor è uguale all'angolo* A F D, *ſecondo la uentinoueſima del primo. Peroche la* A F *pare che di nuouo tagli à trauerſo le parallele* A B, *&* C D. *L'altro angolo medeſimamente* A B E *è pure ugua-*

vguale all'altro ADF, conciosia che l'uno & l'altro è à squadra, ò vogliamo dire retto. E tutti gli angoli à squadra, ò uogliamo dire retti, sono fra di loro, secondo la quarta petitione, ò vogliasi dire dimanda di Euclide, vguali. Adunque i detti triangoli ABE, & ADF, sono di angoli uguali Et de triangoli di angoli vguali sono proportionali quei lati, che sono intorno à gli angoli vguali, & quelle corde, ò lati, che sono rincontro à gli angoli uguali, ò uogliamo dir', sotto, sono nella medesima proportione, secondo la quarta del sesto di Euclide. In quella medesima proportione adunque, che corrisponderà la linea AD alla DE, corrisponderà ancora la propostaci linea EB al lato AB. Questa dimostratione è bene, che si noti diligentemente; perche giouerà molto, à farne intendere le altre cose, che si hanno à trattare: conciosia che hauendo à prouare molte cose, mediante la corrispondentia della vgualità delli angoli, non vorrei esser' molesto con hauerlo à replicare troppo spesso.

Come ritrouandosi in vn luogo alto si misuri vna linea diritta posta in piano. Cap. IIII.

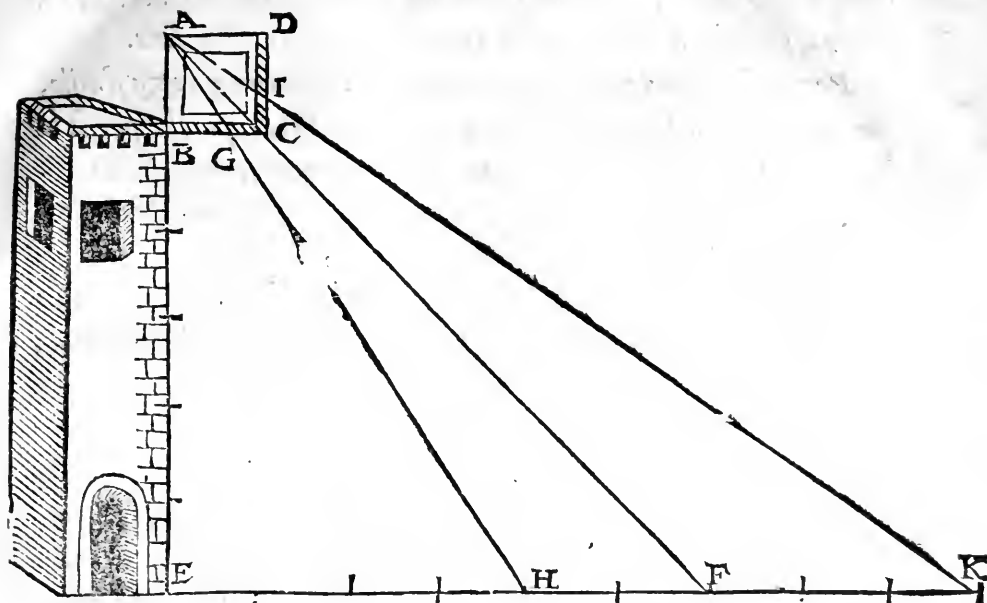
SE si vorrà, trouandosi in cima di alcuna torre, ò à qualche finestra di qual si uoglia edifitio posta sopra di una grã piazza, ò sopra una cãpagna aperta, misurare una linea, che si uedesse à dirittura adiacere in terra nel medesimo piano; di sopra del quale la muraglia del detto edifitio, ò torre si rilieua con angoli retti, ò à squadra: faremo in questo modo. Diciamo, che la ritta torre sia BE; & la linea propostaci EF, ouero EH, ò pure EK, l'altezza della quale stando ad alto al B si habbia à misurare cõ il quadrãte Geometrico. Accomodisi il lato AB del quadrãte per lo lungo; & per il ritto di essa BE, in

in maniera che A B, & B E diuentando una linea sola, che sia A E, caschi à piõbo sopra il piano detto, che sia E H F K. Posto dipoi l'occhio al punto A, alzisi, ò abbassisi la linda fino à che la ueduta correndo per amendue le mire; arriui alla fine della propostaci linea. Fatto questo auuertiscasi il pũto, nel quale batte la linda; laquale è forza che batta, ò nel punto C, che è il mezo à punto fra il lato B C, & il lato C D, ouero nel lato B C, ò nel lato C D, che altroue nõ può battere. Quãdo ella batterà nel pũto C, dicesi, che la propostaci linea da misurarsi E F è uguale all'altezza della Torre E B. Et per sapere l'altezza della Torre si potrà mãdare da cima à terra un filo con un piombino, et misurare poi detto filo, il qual se sarà braccia per modo di dire 24. sarà ãcora 24. braccia la linea E F.

La ragione delle cose dette è che i duoi triangoli A B C, et A E F sono di angoli uguali; percioche lo angolo ABC, è uguale allo angolo A E F,

lo A E F, *et medesimamente lo angolo* A C B *è uguale allo angolo* A F E, *secondo la già allegata uentinouesima del primo di Euclide. Et lo angolo* A, *è cõmune all'uno triangolo, et all'altro. Adunque per la medesima quarta del sesto, in quella proportione, che corrisponde il lato* A B *al lato* B C, *corrisponderà la à piombo* A E *alla propostaci linea* E F. *Ma i lati* A B *et* B C *sono fra loro uguali, concio sia che ei sono lati di un medesimo quadrato; adunque la* A E *è ancor essa uguale alla* E F. *Ma batendo la linda nel lato* B C, *come sarebbe per auuẽtura al punto* G, *& la propostaci linea da misurarsi fusse* E H, *è cosa certissima, che questa* E H *propostaci è più corta della à piõbo* A E, *laquale* A E *sarà in tale proportione alla* E H, *che è il lato del quadrante* A B *alla parte intersecata* B G. *Bisogna adũque sapere le diuisioni de' lati del quadrãte, che siano 60. & la intersecata* B G, *sia per modo di dire. 40. di queste stesse parti, che tutto il lato* B C, *uguale al lato* A B, *è 60. auuertiscasi, che il 60. corrisponde al 40 per sesquialtera, cioè per la metà più; sarà ancora la linea à piombo* A E *per una uolta, & mezo la* E H. *Misurisi dipoi con il filo, et piombino mandato giù dallo* A, *in sino allo* E, *cioè la linea* A E, *& traggasi poi la terza parte di detta lunghezza* A E, *ce ne rimarrà la* E H. *Come che seruaci per essempio, che la detta linea à piombo* A E *fusse, misurãdo il filo, 24. braccia, trattone il terzo, la linea* E H *resterebbe 16.*

La ragione delle cose dette è, perche i duoi triangoli A B G, *&* A E H *sono pur medesimamente di angoli uguali; & lo angolo* A B C, *è uguale allo angolo* A E H *(come si disse di sopra) per la qual cosa resta secondo la già detta quarta propositione del sesto di Euclide, che il lato* A B *hà la medesima proportione alla intersecatione* B G, *che hà la* A E, *alla* E H.

Replicasi la figura per commodità dell'occhio.

Ma

Ma se la linea batterà nel lato C D,*dicasi,che batta nel punto* I, *&* *che la linea da misurarsi sia* E K, *egli è chiaro, che essa* E K *è maggiore della detta à piombo* A E,*in quella medesima proportione,che il lato* A D *è maggiore della intersecatione* D I *del lato* C D. *Perilche se il* D I *sarà* 40.*di quelle parti stesse,che il lato del quadrante è* 60.*sarà medesimamente la* A D *in proportione sesquialtera,cioè della metà più, alla intersecatione* D I. *Perche la linea* E K *sarà per una uolta,& mezo la linea à piõbo* A E.*Talche essendo la già detta linea* A E,24.*braccia,la* E K *sarà braccia* 36.*simili.*

La ragione è,che i duoi triangoli A D I, *et* A E K, *sono di angoli ancora essi uguali;perche lo angolo* D A I,*è uguale all'angolo* AKE; *et lo angolo* A I D,*è uguale allo angolo* E A K,*per la medesima uentinouesima del primo di Euclide; et gli angoli* A E K, *et* A D I *sono uguali; perciochè ei sono à squadra. Come dunque il lato* A D

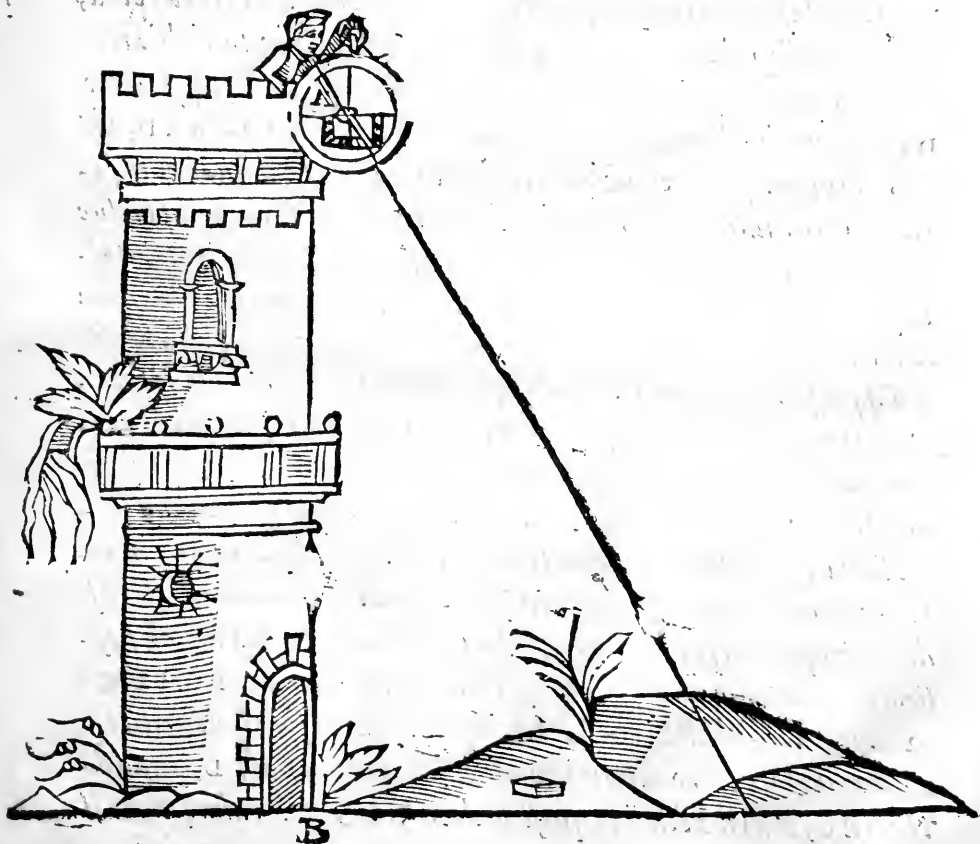
 corri-

corrisponde al D I; cosi corrisponderà ancora la propostaci linea E K alla à piombo A E, secondo la quarta del sesto di Euclide.

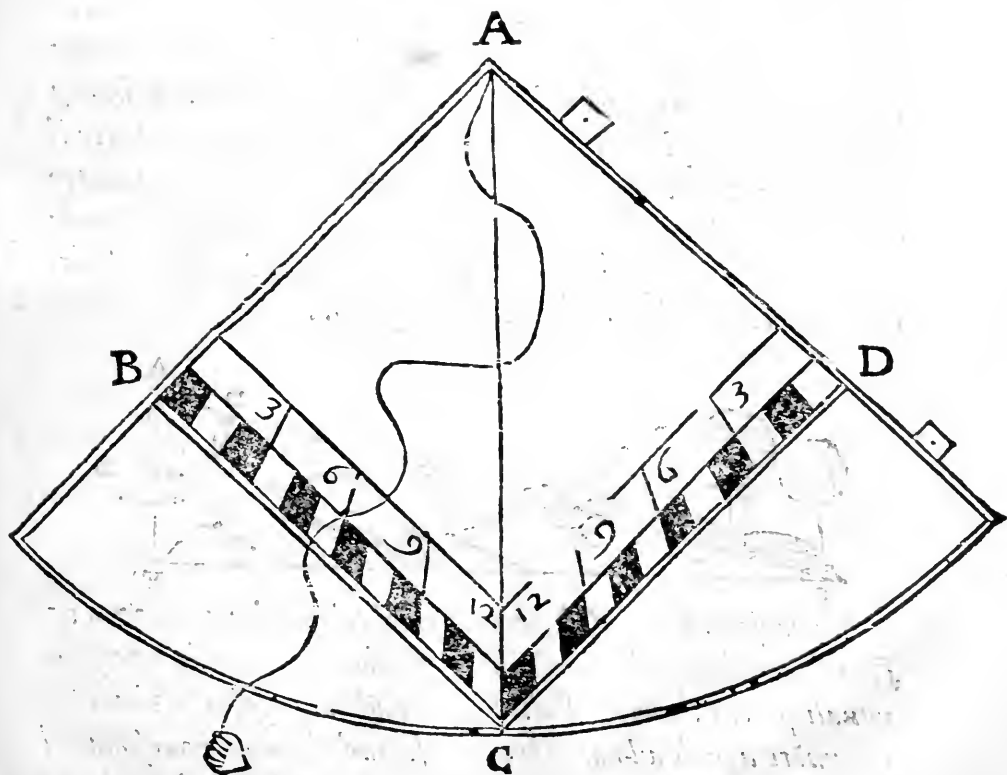
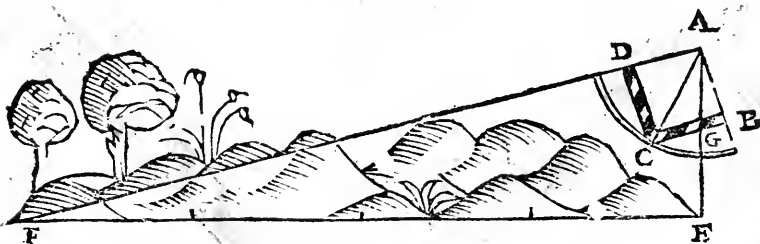
Per il che si uede, come si può misurare una lunghezza simile, che non arriui alla basa della Torre, come la H K, perche presa la lunghezza E K; & poi di E H, come si è insegnato, traggasi la E H, della E K, & harassi la larghezza H F. il simile si giudichi di H K, & di F H, & delle altre simili, in simil modo poste.

Puossi misurare ancora la medesima linea, ò distantia posta in piano, trouandoci in luogo alto cõ la parte di dentro dello Astrolabio; imperoche ci seruiamo della scala altimetra di detto Astrolabio, in quel medesimo modo che faceuamo di detta scala del nostro quadrante. Misurisi adunque la altezza della Torre, come si fece con la fune, dipoi si sospenda per lo anello lo Astrolabio di cima della Torre, qual diciamo che sia A, & il piè della Torre E, & dirizzisi la linda al pũto H, & hauremo già duoi triangoli ad angoli retti: uno, cioè AEH, et l'altro nella scala dello Astrolabio: de quali il lato A E già ci è noto, & è cõmune all'uno, & all'altro triãgolo: imperoche la E, uiene sul piombo della A, & lo angolo E A H è similmẽte cõmune, & gli altri lati loro sarãno proportionali à gli altri lati secõdo la quarta del sesto d'Euclide. Onde in quel modo che corrisponde lo intero lato della scala alle parti intersecate dalla linda, cosi farà l'altezza notaci già della Torre, alla E H basa del triangolo A E H. Et per lo essempio sia la Torre alta 24. braccia, & la linda interseghi le noue parti della scala, cosi come le dodici parti della scala corrispondono alle noue di detta scala, cosi le 24. dell'altezza della Torre corrisponderanno alla distãtia E H, che uerranno ad essere diciotto braccia. Et se si moltiplicherãno le parti intersegnate per l'altezza della Torre, & quel che ce ne uerrà si partirà per lo intero lato della scala, da quel nume. che ce ne

restera

resterà, haremo subito la distantia E H. *Questa distantia, se di nuouo si riquadrerà, multiplicandola, cioè in se stessa, & facendo ancora il simile dell'altezza della Torre, & ponendo poi insieme l'uno & l'altro di questi numeri quadrati, facendone una sola somma, & se ne cauerà poi la radice quadrata, haremmo à punto la distantia* A H. *Ma per tor via à chi vorrà operare la fatica di cosi fatto calculo, si è posta nel sesto libro, quando si tratta del modo del cauare le radici de' numeri quadrati, vna tauola molto commoda.*

Come si faccia il quadrante dentro alla quarta parte di vn cerchio. Cap. V.

PIGLISI vn pezzo di bossolo, di auorio, di ottone, ò di quale altra materia si uoglia, pur che sia materia salda, & pulita, & in esso dissegnisi la quarta parte di un cerchio, con due linee, che terminando detto cerchio si vadino à congiungere insieme nel centro A *con angolo retto, ò vogliamo dire à squadra, come dimostra il disegno* A B C D. *Diuidasi dipoi questa quarta del cerchio con vna linea retta, che partendosi dal centro* A, *vadi al* C, *mezo à punto dell'arco. Posto dipoi il regolo nel punto* C *in ciaschedun' de lati* B A *&* A D, *si tirino due linee, cioè* C B *vgualmente lontana dalla* A D, *&* C D, *lontana pure vgualmente dalla* A B: *talche il quadrato sarà* A B C D *diuiso per il mezo dal diametro* A C. *Tirinsi dipoi due altre linee sotto le linee* B C, *&* C D *paralelle alle già tirate, dalla parte di verso il centro, che fra tutte tre lascino fra loro duoi interualli: l'uno de quali, quello cioè che è più vicino alla* A, *sia il doppio più largo, che l'altro. Dipoi si diuida ciascuno de lati* B C, *et* C D *in quattro parti uguali fra loro, et posto il regolo al cētro* A, *mouendolo per qual si uoglia delle fatte diuisioni, ò pūti, tirinsi lineette fra i detti interualli, in verso il cētro, dalla prima, alla terza linea. Ciascuna di esse quattro parti si ridiuida di nuouo in altre tre parti fra loro vguali, tirādo le lineette, come dall'altre si disse, sempre verso il centro* A, *dal* B C, *& dal* C D; *ma che nō passino lo interuallo minore: & sarāno le parti del lato* B C. 12. *&* 12. *ancora le del lato* C D. *Mettinuisi dipoi nelli spatij delli interualli maggiori i loro numeri, cominciādo da pūti* B, *&* D, *andādo verso il* C, *distribuēdoli cō quest' ordine* 3.6.9.12. *talmēte che il*

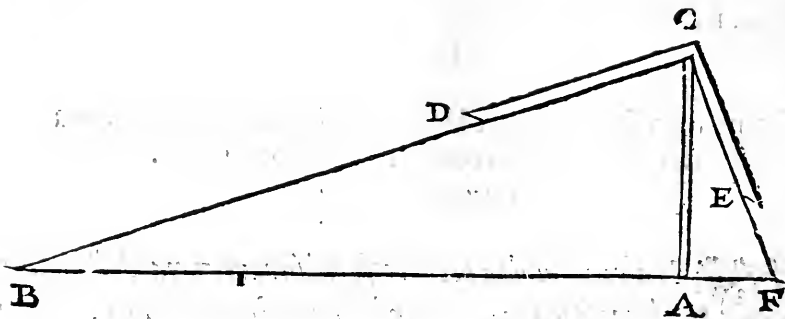
12. dell'un lato, & dell'altro termini nel punto C. Puossi nondimeno ridiuidere la duodecima parte di qual si voglia lato, di nuouo in cinque parti uguali, pure che ce lo cõporti la grandezza dell' istrumento, tanto che ciascun lato di detto sia diuiso in parti 60. come si fece nel quadrante passato. Faccinsi dipoi due mire, forate come si vsa, & si cõmettino per testa della faccia, l'una presso all' A, & l'altra presso al D, vgualmente distanti, & à dirittura. Attachisi dipoi vn filo di seta al centro A con vn piombinetto da piede, che esca quanto si voglia della circonferentia, come vedi nel disegno.

Se ci ſarà propoſta vna linea, che la vogliamo miſurare con queſto quadrante, faremo in queſto modo. Sia la propoſtaci linea E F, rizzeremo da vna delle teſte propoſteci, vn'aſta à piombo di una determinata, & à noi nota altezza, ò miſura, cioè alla E, & ſia A E, al termine di ſopra della quale aſta accomodiſi lo angolo del quadrante A: alziſi dipoi, ò abbaſſiſi il quadrante, laſciato andare il filo col piombo libero, doue ei vuole, fino à tanto, che la veduta dell'occhio, paſſando per amendue le mire, arriui all'altro termine della propoſtaci linea, cioè allo F. Fatto queſto conſideriſi, doue batta il filo nel lato B C, conciosia che il più delle volte batterà in eſſo. Et dicaſi, che batta nel punto G, diceſi, che in quella proportione, che coriſponderà il lato del quadrante A B alla parte B G, corriſponderà ancora la E F alla lunghezza dell'aſta. Talche ſe B G, ſarà tre di quelle ſteſſe parti, che tutto il lato del quadrante è dodici, la E F ſarà ancor eſsa per quattro volte la lunghezza dell' aſta; talche ſe l'aſta ſarà tre braccia, la propoſtaci linea E F ſarà braccia dodici, & ſe l'aſta fuſſe. 4. braccia, la detta E F ſarebbe braccia. 16. ſimili.

La ragione delle coſe è, perche i duoi triangoli A B G, & A E F ſono di angoli uguali; perciochè lo angolo A B G, & lo A E F ſono uguali; perche l'uno, & l'altro è retto, & lo angolo E A F è medeſimamẽte uguale allo angolo A G B, ſecondo la uentinoueſima del primo di Euclide; concioſiache il filo A G attrauerſa, ò uogliamo dire

dire interſca la A D, & *la* B C, *che ſono fra loro paralelle. Adunque l'altro angolo* A F E *è uguale all' altro* B A G, *ſecondo la trentuneſima del primo. I triangoli adunque* A B G, & A E F, *ſono di angoli uguali; & quei lati che ſono intorno ad angoli uguali, ſono fra loro proportionali ſecondo la quarta del ſeſto. Come corriſponde adunque* A B *alla* B G, *corriſponde ancora la* E F *alla lunghezza* A E.

Come ſi poſſino miſurare le linee à piano ſenz' alcuno quadrante, ma ſolo con la ſquadra ordinaria.
Capitolo VI.

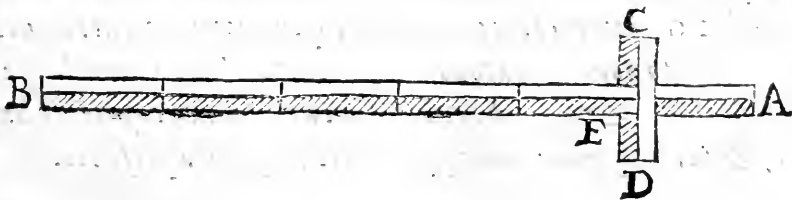
S*E alcuna uolta occorreſſe miſurare una delle dette linee à piano; et che nõ ſi haueſſe nè l'uno, nè l'altro quadrãte, facciaſi ĩ queſto modo. Dicaſi che la linea da miſurarſi ſia* A B, *alla teſta* A *della quale rizziſi un' aſta, che ſia* A C, *ſcompartita in quante parti ſi uoglino. Piglisi dipoi una ſquadra ordinaria, che ſia* D C E, & *pongaſi con il ſuò angolo di dentro, in cima dell' aſta* C: *dipoi ſi uolti l'un de lati della ſquadra, cioè il* C D, *inverſo l'altro termine* B, *accoſtiſi dipoi l'occhio al punto della ſquadra* C, *et alziſi, ò abbaſſiſi detta ſquadra* D C E *fino à tãto, che per la parte* C D, *la ueduta dell' occhio corra inſino al termine* B *della propoſtaci linea* A B. *Di poi ſenza muouere la ſquadra, ueggaſi di allũgare l'una, et l'altra, cioè la* A B, *et la* C E *ſino à tanto che ſi congiunghino inſieme, il che ſi potrà fare cõ accomodare un regolo alla parte della ſquadra* C E; & *doue dette linee ſi riſcontrano ſia* F. *Fatte queſte coſe, in quella proportione, che corriſpõde l'aſta ritta* A C *alla parte* A F, *corriſponderà la propoſtaci linea* A B *alla quãtità di eſſa aſta.*

Talche

Talche se l'asta sarà braccia tre, & la A F. braccia uno, perche il tre corrisponde per tripla, cioè per tre tanti allo uno, corrisponderà ancora nel medesimo modo la propostaci lunghezza A B, cioè sarà per tre aste; talche se l'asta sarà tre braccia, la A B sarà noue braccia simili.

La ragione delle cose dette è, perche del triangolo B C F gli tre angoli sono vguali à due à squadra secondo la trentunesima del primo di Euclide. Ma il B C F è angolo à squadra, adunque gli altri duoi C B F, & B F C sono vguali ad vno à squadra. Per la medesima ragione ancora i duoi angoli A C F, & C F A del triangolo A C F sono vguali ad vno a squadra; conciosiache il loro terzo C A F è à squadra. Adunque i duoi angoli C B F, & B F C, sono scambieuolmente uguali à gli angoli A C F, & C F A, conciosiache e' sono uguali al medesimo loro angolo à squadra. Et se ei si traesse da i medesimi angoli vguali, lo angolo commune, cioè il B F G, l'altro C B A, saria secondo la commune sententia vguale all'altro A C F. Ma lo angolo B A C, è vguale allo angolo C A F, conciosiache l'uno & l'altro è à squadra, lo angolo ancora A C B sarà medesimamente vguale all'altro CFA. Per la qual cosa i duoi triãgoli A B C, & A C F, sono di angoli vguali; & i lati, che hanno attorno,

torno perche sono intorno ad angoli vguali, sono fra loro proportionali, secondo la quarta del sesto di Euclide. In quel modo adũque che corrisponde l'asta A C *alla lineetta* A F, *corrisponde ancora la propostaci lunghezza* A B *all'asta ritta* A C, *che era quello voleuamo mostrare.*

Come si possa fare vn'altro instrumento da poter misurare le distantie cosi adiacere come ritte, alle quali non si possa accostare. Cap. VII.

PER *fare il baculo, che cosi chiamano i latini questo instrumento; apparecchisi vn regolo quadro per tutti i versi di legno durissimo, & atto à non si torcere, ò piglisi di ottone, lungo quanto ci piace; ma loderei che almeno fusse due braccia, di grossezza moderata, come ti dimostra il disegno. Diuidasi dipoi detto regolo in alcune parti vguali fra loro, dieci, otto, ò sei, secondo ci tornerà più cõmodo, & si chiami questo regolo* A B. *Facisi dipoi un'altro regolo simile; ma lungo solamente quanto vna delle parti, nelle quali diuidesti il primo regolo maggiore* A B; *& tanto largo che vi si possa fare vna buca quadra, talmente nel mezo al punto* E, *che si possa muouere commodamente per il regolo* A B, *facendo sempre angoli à squadra; & chiamisi questo regolo minore* C D, *come vedere si può nel disegno.*

Parmi

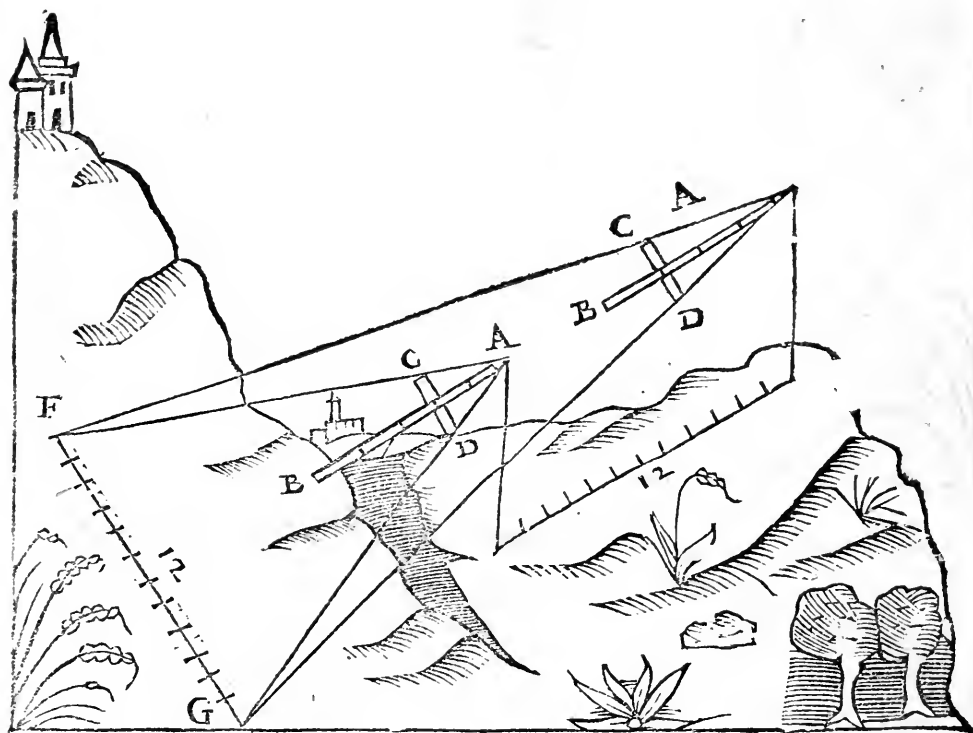
Parmi ragioneuole poter chiamare questo regolo maggiore, cioè lo A B il bastone: & il regolo minore, cioè il C D, il trauersale.

Se noi uorremo misurare una linea posta adiacere nella pianura per il trauerso, alla quale nō ci possiamo accostare, cō questo instrumēto: faremo in questo modo. sia la propostaci linea F G à trauerso del piano, noi mouerremo il trauersale C D, & lo fermeremo à qual si uoglia diuisione del bastone A B, come per essēpio diremo di hauerlo fermo alla seconda diuisione, in verso B, hauēdolo messo dalla testa A: porremo dipoi l'occhio al pūto A, & abbasseremo il bastone uerso la linea diritta F G da misurarsi, applicādo l'estremità del trauersale a' termini di essa linea da misurarsi, cioè il lato destro D, al destro della linea G, & il sinistro C al sinistro F. Accosteremoci dipoi, ouero discosteremoci tāto, che la ueduta dell'occhio posto al punto A passando per l'estremità C D del trauersale, arriui ad un tratto secōdo i suoi lati corrispōdētisi allo F, et al G, talche si facino duoi raggi di veduta A C F, et A D G. Fatto questo notisi il luogo, doue siano stati, à tale operatione, ò ueduta cō la lettera H. Mouiamoci poi di questo luogo, mouēdo ancora il trauersale all'altra diuisione del bastone più uicina allo A, se ue ne fusse, se ci sarà bisogno di accostarci alla F G da misurarsi; ò muouasi detto trauersale uerso B, hauendoci à discostare, cioè alla terza diuisione, che è nel bastone uerso B, partēdolo dall'A, & il nostro muouersi sia tale, che stādo fermo il trauersale C D nella terza diuisione, posto l'occhio di nuouo allo A, uegga di nuouo per C D, le estremità dello F G, come si fece nella prima operatione, & fatto questo nota il punto doue sei stato con la lettera I. Misura dipoi lo spatio che è fra lo H, & lo I, che tanto sarà ancora la propostaci linea F G, & per maggior chiarezza si è fatta la figura presente.

Puossi

Puossi ancora, quasi nel medesimo modo misurare una linea à trauerso d'una facciata, di una muraglia, ò bastione, ò trincea, alla quale altri non si possa accostare Conciosiache fatta la prima diligentia, ò operatione al punto H, *di nuouo ritirãdoci indietro al pũto* I, *et nella prima operatione, se il trauersale sarà stato alla* E, *cioè alla seconda diuisione del bastone: & nella secõda operatione sarà alla terza diuisione. Ouero per il cõtrario, cioè se dato che siamo stati prima alla operatione nel punto* I, *& il trauersale* CD, *habbiamo tenuto alla terza pur diuisione; et accostãdoci poi al pũto* H, *habbiamo nell'operare tenuto il trauersale* CD *alla seconda*

diuisione:

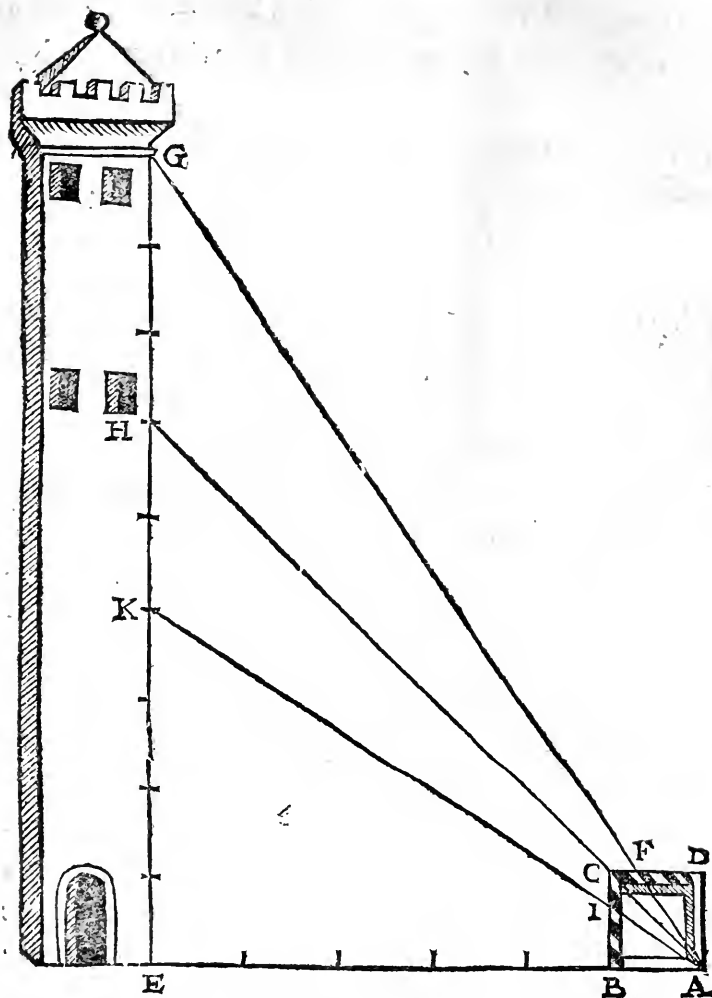
diuiſione; diceſi che lo ſpatio, che è fra la H, & lo I, è à punto tante braccia, quanto è la propoſtaci linea F G. & perch'egli è il medeſimo modo di operare, miſurando vna trauerſa in piano, che vna trauerſa, che ſia in vna muraglia ritta; potrà ogni ragioneuole ingegno da per ſe conſiderare, che in queſto modo ſi poſſono miſurare molte coſe ſimili.

Come ſarebbe, ſe voleſſimo miſurare vna larghezza, ò altezza di vna cãnoniera, ò una fineſtra alta in una muraglia, ò qualche altra coſa ſimile poſta in monte, ò in piano; concioſiache cõ queſto inſtrumẽto ſi può miſurare, quaſi tutte le diſtãtie, ò per trauerſo in piano,

in piano, ò per trauerso in edificio ritto, ò per altezza ancora; se bene le linee ritte nõ arriuino al piano, donde si rilieua la muraglia.

Come le linee rileuate ad angolo retto di sopra il piano del terreno si possino misurare con il Quadrante Geometrico. Cap. VIII.

PROPOSTACI *vna linea ritta da misurarsi, che sia* E G, *ouero* E H, *ò pure* E K, *per il diritto al lũgo di una torre, porremo il quadrante* A B C *in tal modo sopra detto piano* A E, *che i lati sian diuisi, & scompartiti in parti, cioè* B C, & C D, *si uoltino dirittissimamente ad essa linea da misurarsi della torre* E K H G, *conciosiache questo è sempre necessario: Posto dipoi l'occhio al punto* A, *alzisi, ò abbassisi tanto la linda, che la veduta dell'occhio correndo per amendue le mire, uadi al termine dalla propostaci linea. Fatto questo si consideri il numero, doue batte la linda: ilche sarà, ò nel punto* C, *punto commune fra il lato* B C, & *il lato* C D, *ouero nel lato* B C, *ò nel lato* C D, *che altroue non può battere.*

Dicasi primieramente, che batta nel lato C D, *come per essempio nella* F, *essendo la linea da misurarsi* E G: *egli è chiaro in tal caso, che la linea* E G, *è maggiore, che la distantia che si togliò del piano* A E; & *corrisponderà in quella proportione alla* A E, *che il lato* A D *corrisponderà alla diuisa parte* D F. *che se* D F *sarà quaranta di quelle medesime parti, che il lato del quadrante è* 60. *perche* 60. *corrisponde al* 40. *per sesquialtera, cioè per la metà più: similmente la linea* E G *sarà lunga per vna volta, & mezo di essa* A E. *Talche se* A E *per modo di essempio sarà* 18. *braccia, la propostaci* E G *sarà* 27. *braccia simili.*

La

La ragione delle cose dette è, che i triangoli A D E, *&* A E G, *sono di angoli uguali; perche lo angolo* D A F *è uguale allo angolo* A G E *secondo la uentinouesima del primo di Euclide; & per la medesima lo angolo* A F D *è medesimamente uguale allo angolo* E A G; *conciosia che l'uno, & l'altro angolo* A D F, *&* A E G *è retto, ò uogliamo*

vogliamo dire à squadra: et però fra loro uguali. I triangoli adunque A D F, & E A G sono di angoli uguali, & i lati ouero corde loro sono proportionali, secondo la quarta del sesto di Euclide. Adunque in quel modo che corrisponde il lato A D alla diuisa parte D F, corrisponde ancora la linea E G alla lunghezza del piano A E, et questo serua per la prima dimostratione.

Ma se la linda batterà à punto nell'angolo C, et la linea da misurarsi sia E H, egli è chiaro, che la E H è uguale al piano A E. Misurisi adunque la A E, laquale se per modo di dire sarà braccia diciotto, sarà anco braccia diciotto la altezza E H. Et in questo medesimo modo si debbe operare, circa le altre linee simili poste à questa similitudine.

La ragione è perche i duoi triangoli A B C, & A E H, sono di nuouo di angoli uguali; come facilmente si può prouare, per la medesima ventinouesima del primo. Adunque per la quarta del sesto poco di sopra allegata in quel modo, che corrisponde il lato A B, al lato B C, così corrisponde ancora la lunghezza A E alla propostaci linea E B; conciosia che le riguardano angoli uguali, cioè retti, & i lati A B, & B C sono fra loro uguali. Adunque essa lunghezza del piano A E sarà uguale alla propostaci E H.

Ma quando la linda batterà nel lato B C, cioè alla diuisione I, la lunghezza all'hora del piano, intrapresa fra l'occhio, & la basa della altezza da misurarsi, sarà maggiore della propostaci linea, in quella stessa proportione, che il lato intero del quadrante superarà la diuisione occorsati di detto lato. Sia la linea da misurarsi E K, & la diuisione B I sia 40. di quelle stesse parti, che tutto il lato del quadrante B C, è 60. come il 60. corrisponde al 40 per sesquialtera, cioè per la metà più: in questo medesimo modo lo spatio A E, sarà per una volta, et mezo dello E K. Misurisi adunque la lunghezza A E.

za A E, & traggasene il terzo, & harassi l'altezza E K. come per essempio se A E fosse braccia diciotto, trattone sei, resterebbono dodici, & tanto sarebbe l'altezza E K.

La ragione è; perche i duoi triangoli A B I, & A E K, sono di angoli vguali, ilche si pruoua per la medesima ragione, che si prouaranno i duoi triangoli A B C, & A E H, secondo la già molto replicata ventinouesima del primo. Sono adunque (come i primi) gli angoli A B I, & A E K, frà loro vguali, perche amendui sono retti: adunque i lati A B, et B I, sono medesimamente per la quarta del sesto proportionali à lati A E, & E K. In quel modo adunque, che corrisponde il lato A B alla intersegata parte B I, corisponde ancora la lunghezza A E alla propostaci linea E K.

Dalle cose dette di sopra si caua vna manifestissima regola da misurare vna linea ritta, ancor che non arriui al piano del terreno, come è la linea G H, conciosia che trouate le lunghezze delle E G, & E H, secondo quell'ordine, che poco fà si disse, se si trarrà la lunghezza E H dalla lunghezza E G, ne rimarrà la lunghezza G H, & seruaci per essempio, che sia trouata la lunghezza E G esser braccia 27. la E H di braccia 18. se si trae il detto 18. di 27. ne rimane 9. braccia, che tanto è la G H; & il medesimo giudicio, & discorso si debbe fare d'ogni altra linea come G K; & H K, & delle altri simili, et nel simil modo collocate, come sono le lunghezze delle finestre, ò le lunghezze delli ballatoi, ò altre cose, che escono fuori delli diritti delli edificij.

Come

Come si misurino le dette linee à piombo, con il quadrante del cerchio, & prima della proportione delle ombre. Cap. IX.

NON è neßuno di mediocre ingegno, che non sappia, che le ombre causate dal Sole, & dalle torri, ò altri edificij, ne' quali battendo il Sole, le ribatta in terra, si chiamano ombre rette: & è chiaro, che queste nel leuar del Sole; & nel tramontare ancora si distendono in infinito: & nel salir ad alto il Sole, vanno proportionalmente scemãdo, sino à che egli arriui all'hora determinata del mezo giorno, nel qual pũto sono picciolissime; & poi declinando egli da detto punto, verso Occidente, uãno continuamente crescendo fino al tramontare, nel qual punto sogliono eßer lũghissime: Ma questo accrescere, & scemare dell'ombre è talmente proportionato, che trouãdosi il Sole ne pũti, vgualmente discosto dalla linea del mezo giorno, causa, le medesime ombre, così nel salire, come nel tramontare. Mediante questa oßeruatione adunque delle ombre, ci sarà facile il poter misurare con il quadrante del cerchio le altezze di quelle torri, ò edificij, che le causano, in questa maniera. Dirizzisi à raggi del Sole il lato sinistro di detto quadrante, & alzisi, ò abbassisi il lato destro, oue sono le mire (lasciando sempre andare libero il piombo col filo doue ei vuole) tanto che il raggio del Sole passando per l'vna, & l'altra mira ci dia il punto doue batte il filo. Notisi detto pũto: perciòche se ei batterà nel lato B C, *ilche suole accadere ogni uolta, che l'altezza del Sole nõ passa 45 gradi, come per essempio si dica, che batta nel punto* E *mezano infra il* B, *& il* C; *in tal caso l'ombra sarà maggiore, che il corpo che la causa, & in quella proportione, che corrispõdono le dodici parti, cioè il lato tutto del quadrãte, ad esse*

parti comprese dal filo. Come se per modo di eßempio il filo intraprendesse sei parti, & la propostaci altezza da misurarsi fusse G F, *et la sua ombra terminata da raggi del Sole fuße* G I. *Conciosia che il* 12. *hà proportione di dupla al* 6. *cioè di l'vn due, à corrispondẽza l'ombra* G I *sarà per doi volte la propostaci altezza* G F. *Misurisi adunque l'ombra* G I, *la quale sia per modo di dire* 20. *passi, già sapremo tre cose manifeste, di modo che mediãte la regola delle quattro proportionali, moltiplicãdo l'ombra per le parti comprese dal filo, et diuiso poi il multiplicato, per il lato del medesimo quadrante, la parte di detta diuisione ci darà la propostaci altezza; et lo essempio è, che si multiplichi li* 20. *passi dell'ombra per le sei parti comprese dal filo, et si parta poi il* 120. *che ce ne verrà per il* 12. *che sono le diuisioni di tutto il lato del quadrãte, et ce ne uerrà* 10. *p ilche si dirà cõ uerità, che la propostaci altezza* G F *sarà* 10. *passi.*

La ragione è che i duoi triangoli A B E, & F G I *sono l'vn per l'altro di angoli uguali. Conciosia che lo angolo* A B E *è vguale allo angolo* F G I *peroche l'vno, et l'altro è retto, ò vogliamo dire à squadra. Lo angolo ancora* A E B, *è uguale allo angolo* G F I, *come quello, che è vguale allo altro* D A E, *il quale è vguale al medesimo angolo, di dentro à lui opposto* G F I *secondo la ventinouesima del primo di Euclide. Adunque l'angolo rimanente* B A E *è secondo la trentunesima del primo vguale allo altro rimanente* G I F. *La onde essi triangoli* A B E, *et* F G I *sono di angoli vguali, et perche i lati, che sono intorno ad angoli vguali, sono fra loro proportionali, secondo la quarta del sesto: si come* A B *corrisponde al* B E, *cosi corrisponde ancora il* G I *all'altezza* G F.

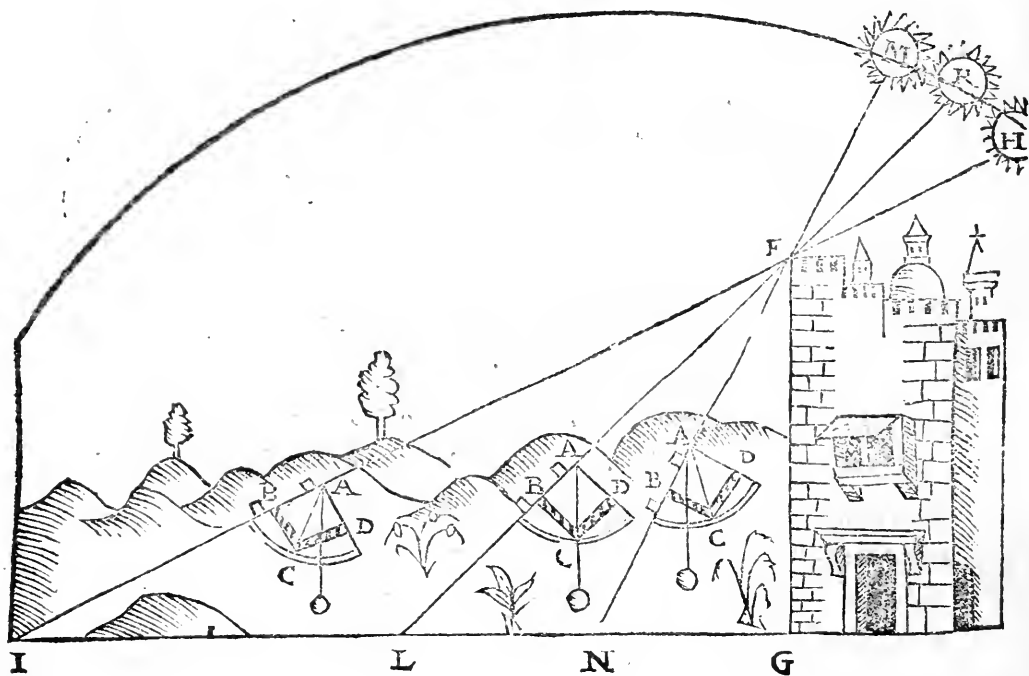
Ma quando il filo batterà nel punto G *termine mezano, fra l'uno, et l'altro lato, ogni ombra all'hora è uguale all'altezza della torre, ò di qual altro corpo, che la causi, puossi adũque misurare*

quante

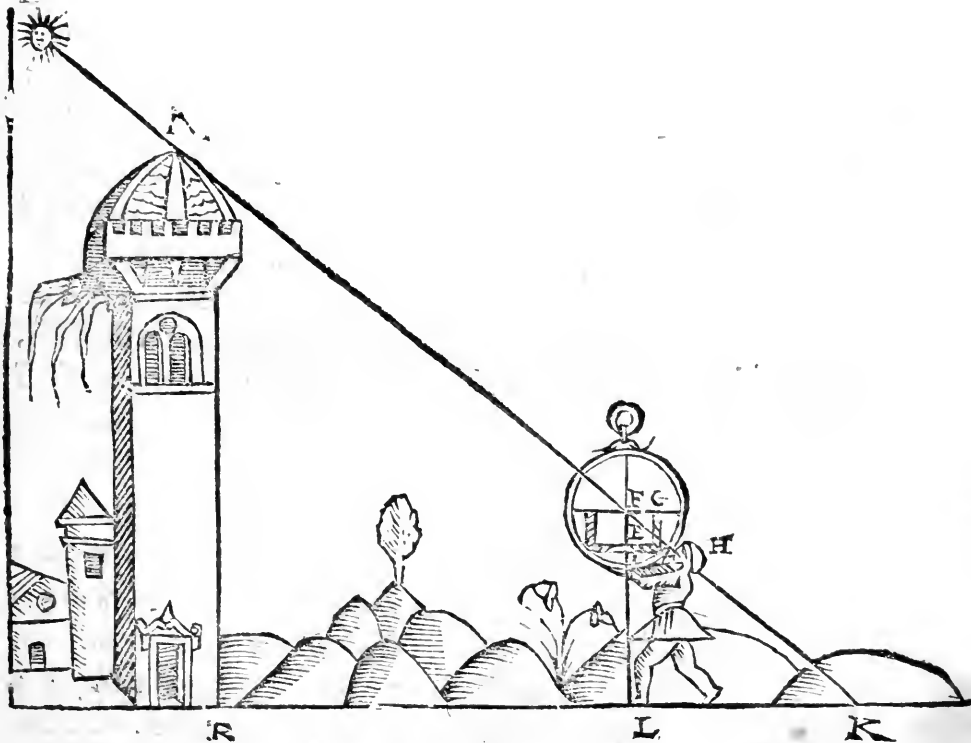
quante braccia, ò passi sia l'ombra, et saprassi l'altezza della torre. Et questo auuiene, ogni uolta, che il Sole è precisamẽte all'altezza di 45. gradi, et per essẽpio si è messo nella figura di sotto l'altezza GF, *essẽdo il Sole ĩ* K, *cioè ne' 45. gradi d'altezza, ò che nõ li passi, il raggio del quale* KL *pare che termini l'õbra* GL, *à pũto uguale all'altezza della torre* GF. *ò se altro corpo fusse che la causasse.*

La ragione è; perche i triangoli ACD, *et* FGL, *sono di angoli uguali: conciosia che lo angolo* CAD *è uguale all'oppostoli di dentro* GEL. *secondo la uentinouesima del primo di Euclide; et lo angolo ancora* ADC *è uguale allo angolo* FGL, *conciosia che l'uno, & l'altro è retto; perilche l'altro angolo ancora* ACD *sarà uguale all'altro* FGL, *secondo la medesima trentunesima del primo. Come corrisponde adunque lo* AD *al* DC, *così corrisponde* FG *al* GL *secondo la quarta del sesto di Euclide, & il lato* AD *al lato* DC: *adunque l'altezza* GF *sarà uguale ad essa ombra* GL.

Ma se il filo batterà nel lato CD *(ilche fia, quando l'altezza del Sole sarà più che à 45. gradi) l'ombra all'hora sarà minore della torre, ò di qual'altro corpo, che la causi, secõdo quella proportione, che hanno le parti intraprese dal filo con il* 12. *cioè con tutto il lato del quadrãte. Et seruasi per essempio, che il filo battà nel punto, & essa* DE *sia sei di quelle parti medesime, che tutto il lato del quadrante è* 12. *cioè il lato* CD. *& sia l'ombra* GN *terminata da raggi del Sole* MN *passi* 5. *perciocheil* 6. *hà proportione subdupla, cioè per la metà al* 12 *Sarà ancora l'ombra* GN *per la metà dell'altezza* GF. *Multiplichisi adunque secondo la regola delle quattro proportionali il numero de' passi di detta ombra, cioè il* 5 *per il* 12 *& ce ne uerrà* 60. *il quale partasi per le intraprese parti del* CD, *cioè per* DE, *che fu* 6. *uedremo, che ce ne uerrà* 10. *à punto. Adunque la propostaci* GF *sarà alta* 10. *passi.*

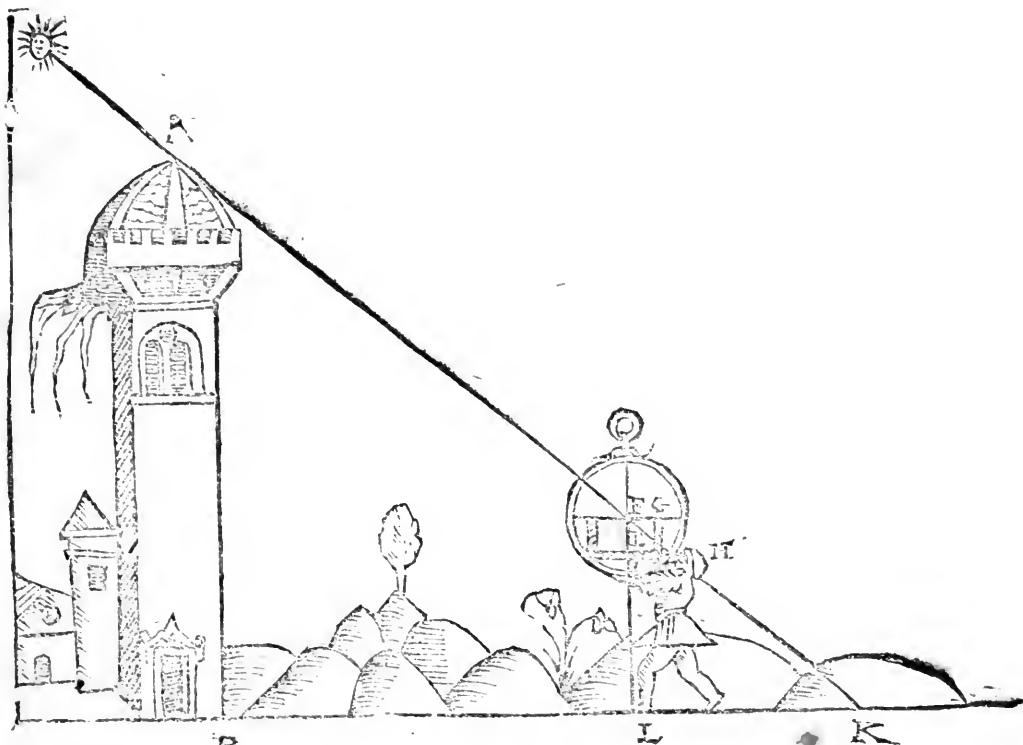
La ragione è, che i duoi triangoli A D E, et F G N, ſono di angoli vguali, ſecondo le allegate molte volte, uentinoueſima, et trentuneſima del primo di Euclide. Et perche lo angolo A D E è vguale allo angolo F G N, ſecondo la quarta dimanda: Corriſponderà adunque per la quarta del ſeſto N G al G F, in quella proportione, che corriſponde lo E D, al D A, & per più chiarezza, veggaſi il diſegno preſente. Conciosia che da quello ſi potrà ogni ragioneuole ingegno chiarire delle coſe dette di ſopra.

In queſto medeſimo modo ſi può operare, ſia l'ombra grãde quãto ſi uuole, & intraprenda il filo quante parti ſi ſiano del lato B C, ò del

del lato CD, *come di ſopra ne moſtra la figura, dando lo eſſempio delle tre dimoſtrationi, che non può fallire, ſe il quadrante ſi adoperera à ragione, che il raggio del Sole paſſi per amendue le mire, & il filo con il piombo corra libero à qual ſi vogliano parti, di qual ſi voglia lato del quadrante.*

Nel medeſimo modo, che ſi miſurano le altezze mediante le ombre con il quadrãte, ſi poſsono ancora miſurare con lo Aſtrolabio.

ma la operatione si farà in questo modo. Et prima, pongasi, che l'altezza del Sole sia à 45. gradi, & il lato dell'ombra retta della scala sia E D, & dell'ombra uersa sia D G, et il centro della linda sia F, per le mire della quale passi il raggio solare sarà adunque la parte del raggio solare A C, basa di vn triãgolo di lati vguali, come la F D è ancor essa la basa del triangolo F E D dello Astrolabio, et lo angolo B, piede della torre è angolo retto del triãgolo, che hà duoi lati vguali, cioè A B, et B C, si come nello Astrolabio è ancora angolo retto la E de duoi lati uguali E F, et E D: dicesi, che l'ombra, che verrà dalla torre, mẽtre che il Sole sarà ne' 45. gradi di eleuatione, sopra del nostro Orizonte, sarà uguale all'altezza di detta torre. Misurata adũque la distãtia di detta torre, ò con passi, ò cõ braccia, ò con piedi, harẽmo à punto l'altezza di essa torre, ilche si proua mediãte la quarta del sesto di Euclide, allegata altre uolte.

Ma se il Sole fosse più alto, che alli 45. gradi sopra dell'Orizõte, come per essẽpio si dica, che sia alli 56. posta che harẽmo la linda ad esso grado del Sole, tenẽdo sospeso lo Astrolabio per lo anello, considerisi precisamente quãte parti ella interseghi della scala, & si misuri dipoi, à passi, ò à piedi detta ombra della torre, & si multiplichi quel numero de passi, ò piedi, che troueremo per 12. cioè per uno intero lato della scala, et quel che ce ne uerrà si diuida per le parti intersegate dalla linda, et haremmo à pũto l'altezza della torre. Imperoche quel rispetto, che hanno le parti intersegate della scala, dalla linda à tutta la scala. Cosi l'harà la ombra di essa torre à tutta la torre. Et cosi hauẽdo già notitia di tre termini cioè di quãti passi, ò piedi è l'ombra, delle parti intersegate della scala, et dello intero lato della scala. Facilmẽte ꝑ la regola delle tre cose uerremo in notitia del quarto termine. Come se per essẽpio noi fingessimo, che il raggio del Sole A C, che uiẽ da 56. gradi di altezza

interse-

intersegassi le otto parti di detta scala, nel lato DE, *et la ombra già nota à noi, cioè* B C, *fusse* 24. *et la scala tutta sappiamo che è* 12. *dirò se otto parti della scala mi dà* 12. *che mi daranno uentiquattro? Multiplichisi adunq; la ombra per la scala intera, cioè* 24. *per* 12. *et ce ne uerrà* 288. *ilqual numero diuidasi per le intersegate parti della scala, che furno otto, et ce ne uerrà* 36. *il qual numero sarà à punto l'altezza della torre, ch' noi cercauamo. Ma perche mediante la piccolezza delli Astrolabij, ò altri simili instrumenti, le par*

ti della

ri della ſcala non ſi poßon coſi preciſamente pigliare ſecondo l'altezza del Sole, accioche in queſto luogo non ci manchi coſa alcuna, hò poſto quì di ſotto al diſegno dell'operatione, vna Tauoletta del Re Alfonſo, per la quale noi potremmo vedere, quali parte della ſcala corriſpondino à qual ſi voglia grado, ò minuto dell'altezza del Sole, la qual ſarà molto commoda ad alcune coſe che ſeguiremo di dire.

Tauola dell'una ombra, & dell'altra, cioè della retta, et della versa, di quanti diti, & minuti, corrispondono di essa, à ciascun grado & minuto del Sole, ò della Luna.

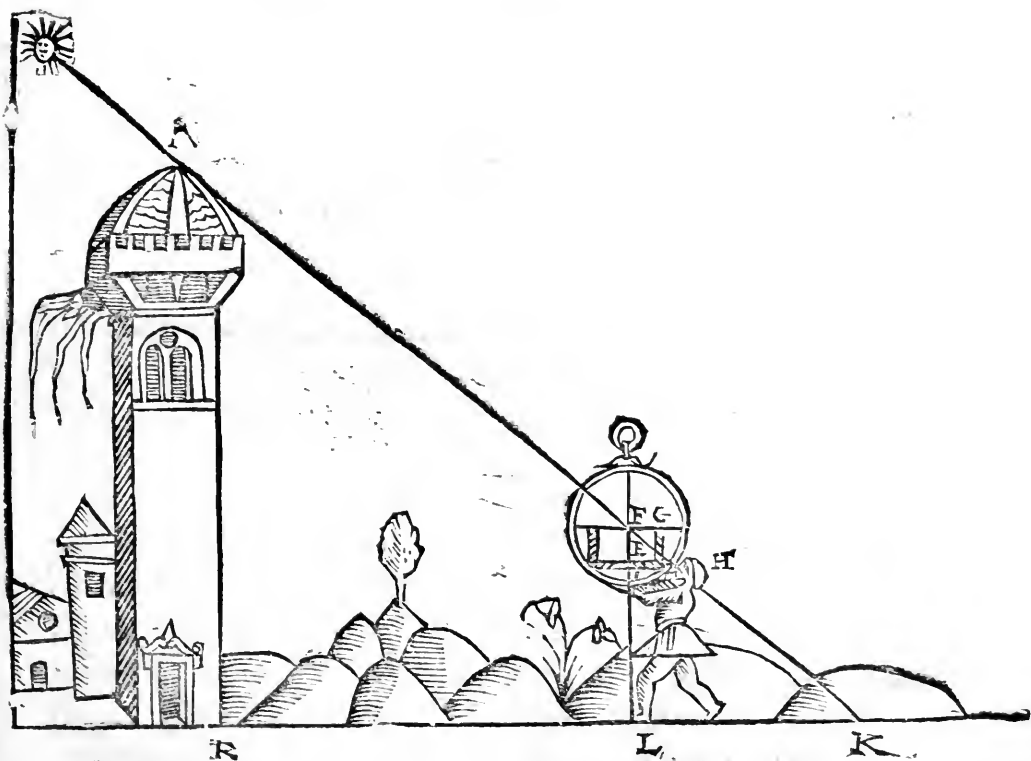
Altezza		Parti della scala intersegate.		Altezza		Parti della scala intersegate.	
Gradi	Min.	Diti	Min.	Gradi	Min.	Diti	Min.
1	12	0	15	27	35	6	15
2	25	0	30	28	29	6	30
3	38	0	45	29	24	6	45
4	50	1	0	30	18	7	0
6	0	1	15	31	9	7	15
7	12	1	30	32	0	7	30
8	21	1	45	32	51	7	45
9	31	2	0	33	43	8	0
10	42	2	15	34	30	8	15
11	53	2	30	35	18	8	30
13	0	2	45	36	6	8	45
14	8	3	0	36	54	9	0
15	14	3	15	37	37	9	15
16	19	3	30	38	56	9	30
17	23	3	45	39	5	9	45
18	26	4	0	39	49	10	0
19	28	4	15	40	30	10	15
20	30	4	30	41	10	10	30
21	32	4	45	41	51	10	45
22	34	5	0	42	31	11	0
23	33	5	15	43	8	11	15.
24	33	5	30	43	47	11	30
25	33	5	45	44	24	11	45
26	33	6	0	45	0	12	0

Ma

Ma se ci occorrerà misurare le altezze mediãte quelle ombre, che uerrãno dal Sole, quando sarà in manco che in 45. gradi di altezza, auuertiremo: che nel misurar passato, la ombra haueua la medesima proportione alla torre, che haueuano le parti della scala intersegate dalla linda, à tutta la scala. Ma nel modo di questo misurare, cosi come tutta la scala corrispõde alle parti sue intersegate dalla linda, cosi corrispõde l'ombra della torre ad essa torre. Sospendasi adũque lo Astrolabio per il suo anello, & piglisi l'altezza del Sole, & poniamo che sia à gradi 40. & considerisi qual parte della scala venga intersegata dalla linda. Dipoi misurisi la õbra à passi, ò à piedi, & multiplichisi il numero di detti passi, per le parti intersegate della scala: et quel che ce ne uiene, si diuida p la scala intera, cioè p 12. et quel che ce ne resterà, sarà l'altezza della torre. Quì giudico io necessario dichiarare, che cosa sia ombra retta, et ombra uersa. Ombra retta si chiama quella di essa scala, la qual cadrà da qual si uoglia altezza (non passando il Sole il quarãtacinquesimo grado di eleuatione, sopra del nostro Orizõte) che si cõprẽde dalla linea retta distesa per il piano, atteso che quel lato della scala ci rappresenta la linea del piano. Ombra versa è quella, che quãdo il Sole non arriua alli 45. gradi, nõ cade più nel lato dell'ombra retta, ma nell'altro, & si chiama versa, cioè riuolta all'insù per l'altezza, ad angoli retti. Et per facilitare le cose à lettori: dico che il lato della scala D E, *è quello che rappresenta il lato dell'ombra retta, che è il medesimo che la linea del piano. Se adũque il raggio del Sole dalli 40. gradi di sua altezza, batterà nella decima parte dell'ombra uersa, et si distẽda sino al* K, *nella linea già tirata del piano che sia* B K. *Et dal* K *si tiri vna parallela sino alla* F E, *che sia* K L, *haremmo già tre triangoli ad angoli retti, il primo* F I H, *il secondo* F L K, *& il terzo* A L K. *Hora si*

Ombra retta, & ombra versa.

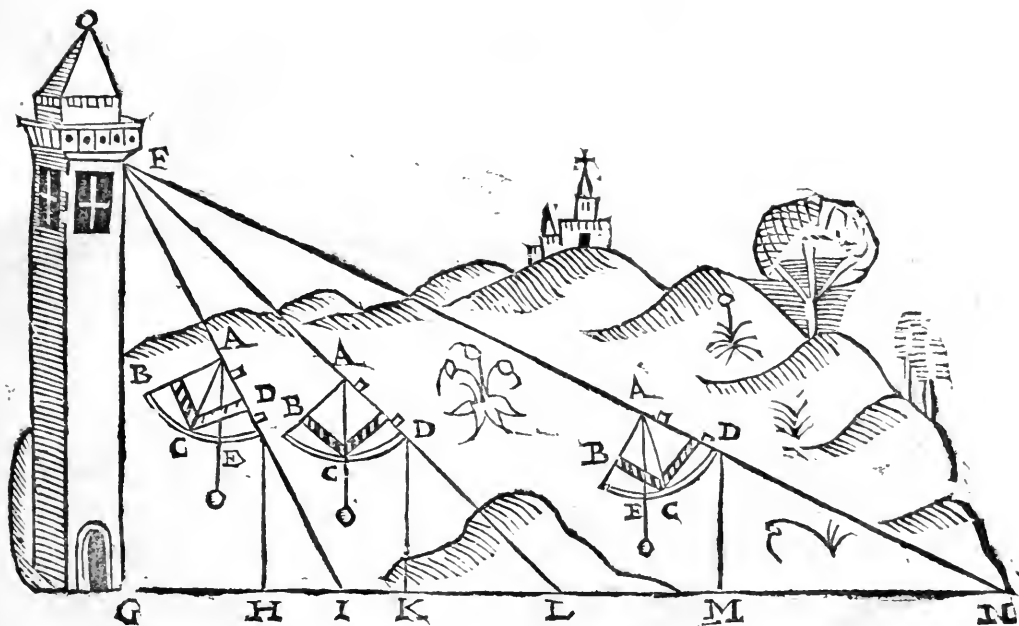
come

come le parti interſegate G H *corriſpondono alla* G F, *ouero allo* HI, *cioè à tutta la ſcala, coſi la* F L *corriſponde alla* K L, *che è la linea del piano. Adũque hauendo noi tre termini noti, uerremo per la regola delle tre coſe in cognitione del quarto, che è* A B: *& poniamo, che i paſſi dell' ombra ſieno* 14. *i quali multiplichinſi per le parti interſegate della ſcala, che furno* 10. *& ce ne uerrà* 140. *il qual numero ſe ſi partirà per* 12. *intero lato della ſcala, ce ne reſterà* 8. *che ſarà à pũto l'altezza della torre che andauamo cercãdo.*

Come

Come si misurino dette altezze con il medesimo quadrante, senza la consideratione delle ombre, ma solo con i raggi della veduta. Cap. X.

MOLTE volte ci può accadere il voler misurare le altezze, quando il Sole non è scoperto, et che nõ causa l'ombre, però in tal caso seruirenci de raggi della veduta, in questa maniera. Voltisi la mira sinistra del quadrante alla cima della propostaci altezza da misurarsi, et l'altra parte accostisi all'occhio. Alzisi dipoi, ò abbassisi il quadrante (lasciando andare il filo col piombo libero, doue ei uuole) sino à tãto che, passando la veduta per amendue le mire, si vegga la cima della torre da misurarsi. Fatto questo auuertiscasi doue batte il filo col piõbo, il quale di necessità cadrà, ò nel lato BC, *ò nel lato* CD, *ò nell'angolo* C, *punto mezano fra l'un lato & l'altro, secondo, che la basa della torre da misurarsi, ci sarà più pressa, ò più lontana. Dicasi per la prima demostratione, che il filo batta nel lato* CD *al punto* E, *et che la propostaci altezza della torre da misurarsi sia* GF. *Et ci bisogna lasciare cadere dall'occhio, che misura, sino à terra un filo à piõbo, ordinato per questo, alquale porremo nome* DH. *Fatto questo si deue aggiungere all'indietro alla distantia, nella quale ci trouiamo, la parte di essa* DH, *presa in quella medesima proportione, che hanno le parti intraprese* DE *al* 12. *cioè à tutto il lato del quadrante. Et seruaci per essempio, che il* DE *sia parti* 6. *perche* 6. *è la metà di* 12. *aggiungasi la metà di essa* DH, *come è à dire* HI, *à drittura, & à lungo di* GH. *Talche la linea dritta* GI, *ci seruirà in cambio dell'ombra, & il punto* I, *seruirà per termine del raggio del Sole. Vedesi adunque manifesto, che la linea retta* GI,

ta GI, *è minore dell'altezza* GF, *& secondo quella proportione, che hanno le parti* DE *al lato* AD. *Come se per essempio* GI *fusse 9. passi, multiplicando 9. per 12. ce ne uerrà 108. ilche partito per 6. cioè per* DE, *ci resteria 18. che tanti passi sarà l'altezza* GF, *simili alli 9. detti di sopra.*

La ragione è che, i duoi triangoli ADE, *&* FGI, *sono di angoli uguali, & i lati di essi angoli respettiuamente sono frà loro proportionali, mediante quelle ragioni medesime, che già molte uolte habbiamo detto di sopra.*

Ma quando il filo caderà nel punto C, cioè nell'angolo à punto del quadrante; lasciatosi cadere il filo col piombino dell'occhio sino à terra, che sarà D K, conciosia che del triangolo A D C, i duoi lati A D, et A C sono vguali l'un l'altro, ci bisogna aggiungere tutta la lunghezza D K per alio indietro ad essa G K, cioè K L. Et in tal caso tanto sarà la G L, quanto è l'altezza da misurarsi G F. Conciosia, che la lunghezza G L ci serue per l'ombra, che causerebbe il Sole, se non passasse 45. gradi di eleuatione, onde auuiene che in quel medesimo modo, che corrisponde A D al D C, corrisponde ancora la lunghezza del piano all'altezza G F. Misurisi adunque G L, & harem mo l'altezza G F, conciosia che l'vna, & l'altra mediante il poco fà dato essempio, sarà passi 18. & in questo medesimo modo si può fare delli altri simili.

La ragione è che i triangoli A D C, & F G L, sono di angoli vguali fra loro, & però di lati proportionali, come si è dimostro, ne' capitoli passati, che per breuità non si replica.

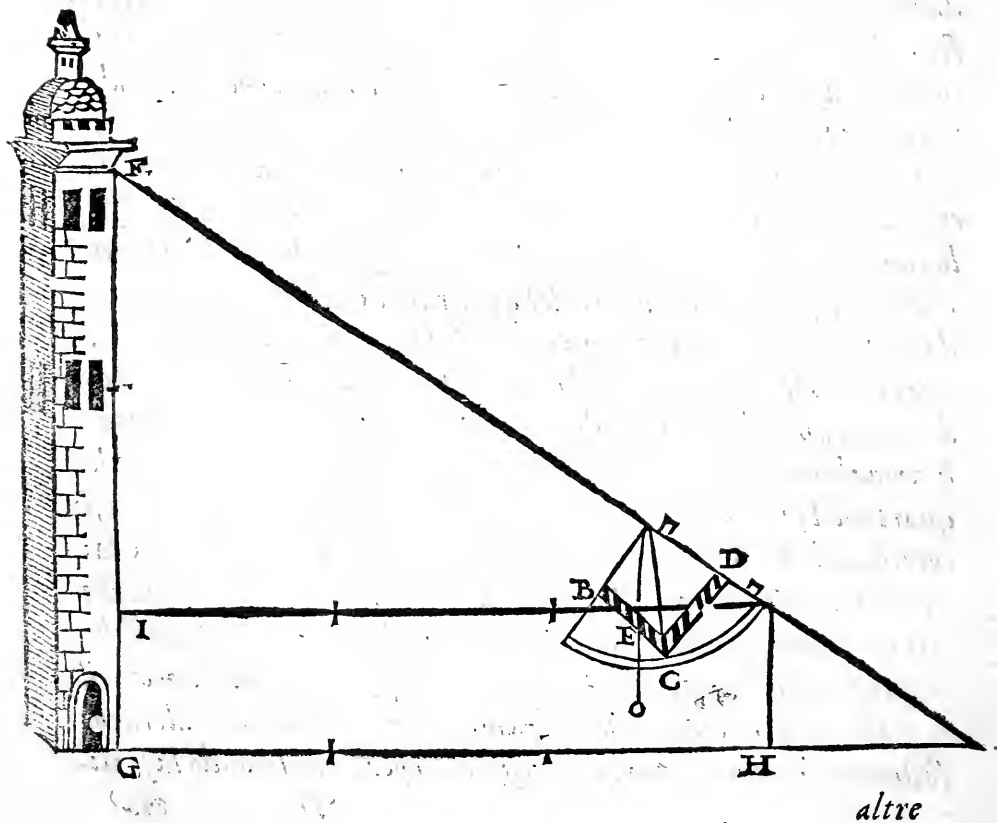
Ma quando il filo cadrà, ò batterà nel lato B C, come sarebbe à dire al punto E, essendo l'altro filo dall'occhio à terra D M, bisogna operare per il contrario del primo modo detto in questo Cap. Conciosia che in quella proportione, che corrisponde il lato A B al B E corrisponderà ancora M N alla linea à piombo M D, come che se B E, fusse 6. di quelle stesse parti, che tutto il lato è 12. perche il 12. corrisponde al 6. per due tanti essa M N deue esser lunga per due volte essa M D. Seruirà adunque il punto N per termine del raggio solare, & G N sarà in cambio dell'ombra, mediante laquale si trouerebbe l'altezza G F, essēdo il Sole à 45. gradi di eleuatione. Dicasi per essēpio, che G N sia passi 36. multiplichisi 36. per 6. che sono le parti di essa B E, ce ne uerrà 216. il qual num. partito per 12. ce ne verrà 18. che sarà l'altezza medesima di G F in quello stesso modo,

che

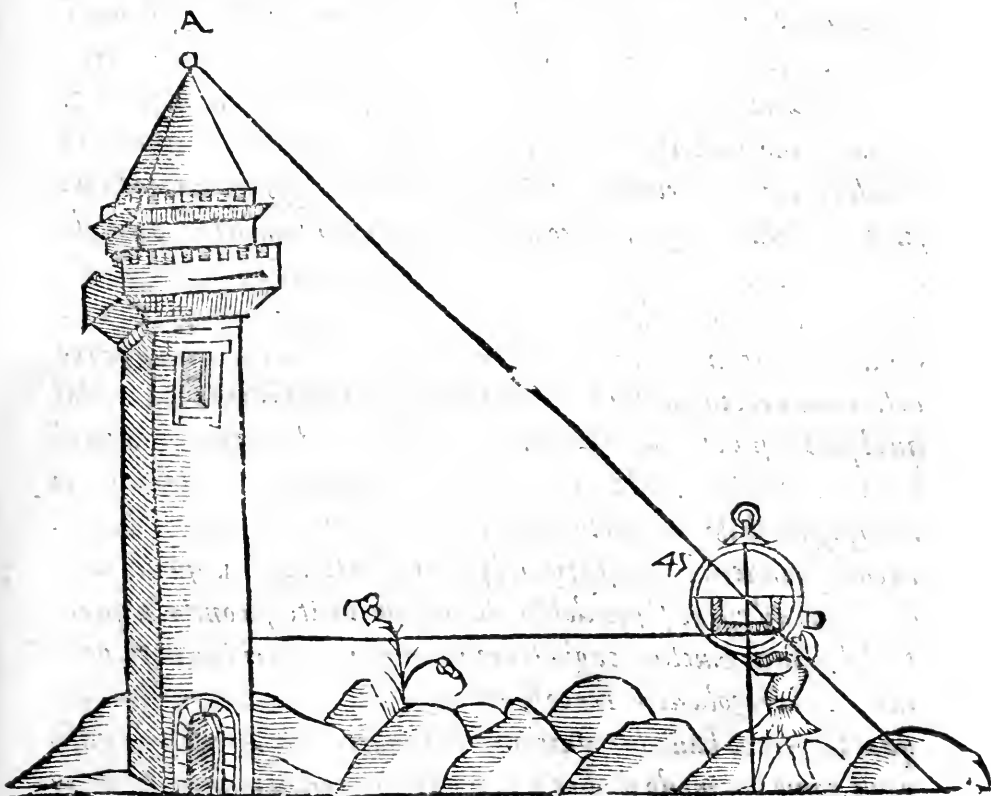
che si trouò nelle altre regole di questo Cap. E perche nel passato Cap. lasciamo manifesto, che la linea retta GF superaua GN, al-era in quella proportione, che il 12. lato intero del quadrante è & la parte BE. Così interuiene ancora in questo modo presente, che il GN è 36. di quelle parti, che la GF è 18.

La ragione è; che i triangoli ABE, & FGN, sono di angoli vguali, & i lor lati sono fra loro proportionali, come già molte volte si è dimostro.

Troueremo vniuersalmente il medesimo, ogni volta che harẽmo proportionalmente la distantia, che sarà frà la basa della cosa da misurarsi, et la linea che ci cadrà dall'occhio misurante à terra: secondo la proportione delle parti BE, ò DE, alle dodici parti di tutto il lato, aggiũta, ò leuata quella portione della linea che casca dall'occhio à terra, al venutoci numero delle fatte diuisioni, come si è detto. Il che accioche si intenda più facilmente, mi piace di replicare. Sia l'altezza GF, & osseruata la ueduta per le mire, caschi il filo con il suo piombo nel lato BC al punto E, & BE sia parti otto, di quelle stesse, che tutto il lato del quadrante è dodici, & mandato il filo dall'occhio à terra, cioè DH, tirisi la dritta DI à drittura per quanto è lo spatio intrapeso da GH, et paralella à detta GH; si uede chiaro, che i duoi triangoli ABE, & FDI, sono fra loro di angoli vguali, come si prouò nel passato Cap. Occorre adunque, per la quarta del sesto di Euclide, che come corrisponde AB al BE; così corrisponde ancora DI al IF. Imperoche al DI è vguale il GH, secondo la trentaquattresima del primo di Euclide. Conciosia che DHGI sia vn paralellogramo, ò vogliamo dire quadrilungo, talche in quel modo che corrisponde AB al BE, così corrisponde ancora il GH allo IF. perciocbe quelle cose, che sono vguali ad vna altra cosa, hanno fra loro ancora la medesima proportione, secondo la setti-

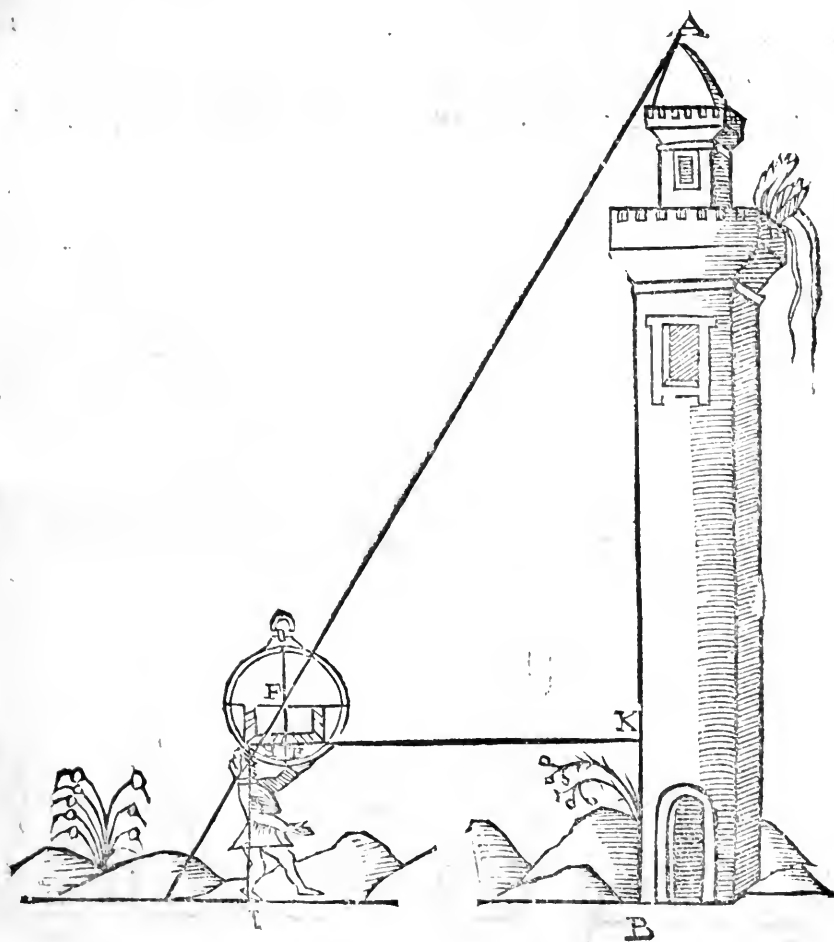
ma del quinto di detto Euclide. Sia adunque per modo di essempio GH *braccia* 18.*perche il* 12.*è in proportione sesquialtera, cioè della metà più allo* 8.*cosi ancora* GH, *sarà per vna uolta, et meza la* IF.*Multiplichisi adũque le* 18.*braccia* GH, *per le* 8. *parti di essa* BE, *et ce ne uerrà* 144.*ilche partẽdo per* 12.*ce ne uerrà pure* 12.*che tante braccia sarà la* IF, *allaquale si aggiungerà la linea à piombo* DH, *cioè braccia* 4 *et ce ne verrà l'altezza* GF, *che sarà braccia* 16.*Cõciosia che essa* DH *è uguale alla* GI *secõdo la medesima trentaquatresima del primo. Il medesimo à proportione interuiene dell'*

altre

altre cose, caschi il filo doue si voglia, & sia lo spatio G H *ancora quanto si voglia. Nondimeno il primo modo dell' operare, pare che più si confaccia con le proportioni delle ombre. Talche in prima uista piacerà più à manco esercitati.*

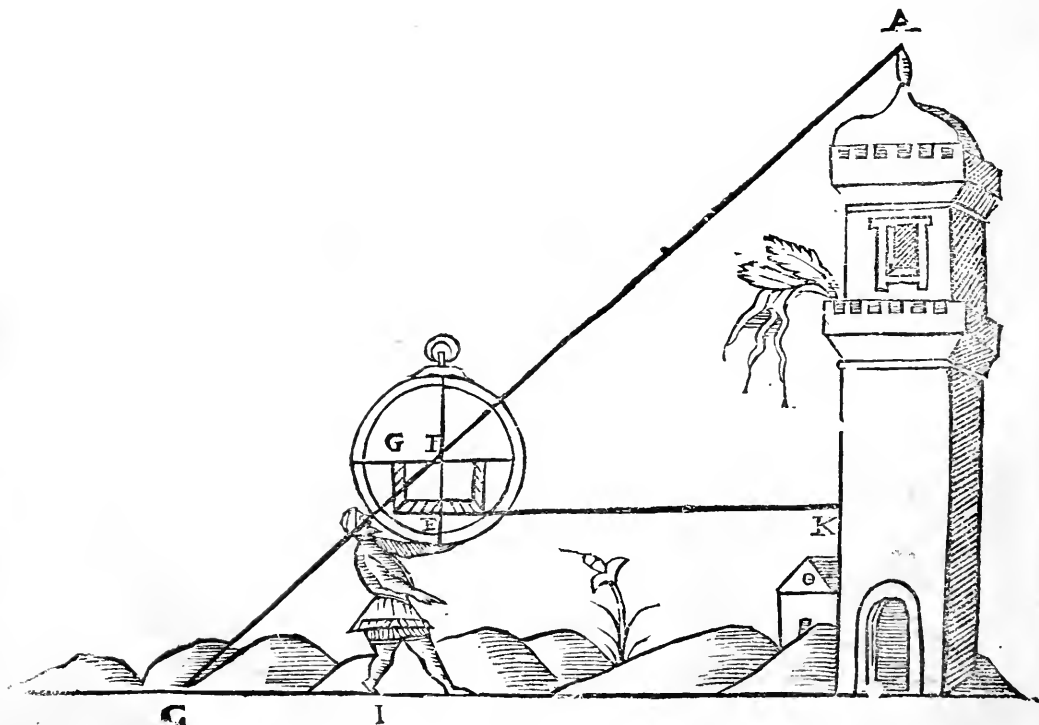
Il medesimo si può fare ancora con l' Astrolabio; imperoche già si dimostrò, che dalli 45. gradi, cioè dall' angolo D *della scala, le torri scuotano sempre le ombre vguali alle loro altezze. adunque se noi ci troueremo à liuello sul piano della torre, et porremo la lin-*

da alli 45. gradi, cioè all'angolo detto D della ſcala, andaremo acco ſtandoci, ò diſcoſtandoci tanto da detta torre, che ueggiamo la ſua cima per le mire che ſia A. all'hora annouerati con paſſi, ò braccia, ò ſpatio, che è da noi alla torre, & preſa dipoi l'altezza dell'occhio noſtro à terra, et l'aggiungeremo à detti paſſi, ò braccia, haremmo à punto l'altezza della torre che cercauamo.

Et ſe per ſorte noi trouaſſimo, che l'altezza della torre non cor riſpondeſse alli 45. gradi, per non hauere la commodità del piano da poterſi à noſtra voglia accoſtare, ò diſcoſtare, come di ſopra, an zi auueniſse, che la linda batteſſe nell'ombra retta. Multiplichinſi le parti di detta ombra, quali per eſſempio diciamo che ſiano otto, per la diſtãtia de paſſi, ò braccia trouata, quale diciamo che ſia 24. & haremmo 192. il qual numero ſe lo partiremo per 12. intero la to della ſcala, ce ne rimarrà 16. al quale ſe noi aggiungeremo la mi ſura, che è dall'occhio noſtro à terra, harẽmo à punto la intera al- tezza della torre. Ma per più chiarezza daremo l'eſsempio. Sia l'- altezza della torre da miſurarſi A B. et la diſtantia del piano B C, & la ſcala altimetra F E D, & la linda interſeghi la ottaua parte dell'ombra retta, che ſia A F H, et l'occhio del miſurante ſia H, dal qual punto ſia tirata vna linea, ſino alla A B della torre; la qual ſia H K, paralella ad eſſa B C: coſi come corriſponde H E, cioè le parti interſegate della ſcala dell'ombra retta, à tutta la ſcala; coſi anco- ra corriſponderà B C, diſtãtia del piano, all'altezza A K, quella cioè, che viene ad eſſere ſopra dell'occhio del miſurãte, ſecondo la quar- ta del ſeſto di Euclide, et già li tre termini paſſati ci ſon noti, per- ilche per la regola delle tre coſe uerremo facilmẽte in cognitione del quarto: perche hauẽdo cognitione della parte dell'altezza da miſu rarſi, come per modo di dire A K, ſe ad eſſo aggiũgeremo K B, harem mo cognitione di tutta l'altezza; ma K B è vguale ad eſsa H I, che è

lo ſpatio

lo spatio, che è dall'occhio del misurante à terra: per tanto se noi aggiungeremo alla A K *la detta nostra altezza dell'occhio, verremo indubitatamente in cognitione di tutta la* A B, *che era quel che voleuamo dimostrare.*

Ma se la linda batterà nell'ombra versa, diciamo che batta

alle 10.parti, & la distantia del piano sia 24.passi, ò braccia, multiplichisi questo 24.per le 10.cioè per le parti intersegate della detta ombra uersa, et ci darà 240.ilqual numero diuiso per le intere parti della scala, che è 12. ci rimarrà 20. che sarà l'altezza della cosa da misurarsi dall'occhio nostro ĩ sù: al qual numero, se noi aggiũgeremo l'altezza, che è dall'occhio nostro al piede, harẽmo la intera altezza della torre: & eccone l'essempio, sia l'altezza da misurarsi A B, & la distantia del piano B C, et la scala altimetra F E D; & la linda, che intersega la decima parte dell'ombra uersa, sia A

F H,

F H, *donde si lasci cadere il piombo* H I, *che è l'altezza del misurante dall'occhio al piede, & dalla* H *si tiri vna linea alla* A B, *paralella ad essa* I B, *che sia* H D K, *per tanto* H D K *sarà vguale ad essa* I B, *&* K B *vguale ad eßa* H I. *Hormai si come* F E *tutta, cioè la scala, come quella che è vguale alla* D G, *corrisponde alla* H G *parti intersegate, così* H D K *distãtia del piano, come che ella è uguale alla* I B, *corrisponde alla* K A *parte dell'altezza da misurarsi, secondo la quarta del sesto di Euclide, perilche hauendo noi già notitia de' tre termini, facilmente verremo in notitia del quarto, come già tante volte si è detto, mediante la regola delle tre cose. Aggiungendo adunque alla* K H *la misura di eßa* K B, *che è uguale alla* H I, *cioè l'altezza dall'occhio nostro à terra, sapremo quanta sia l'altezza della torre* A B, *che è quello, che noi cercauamo.*

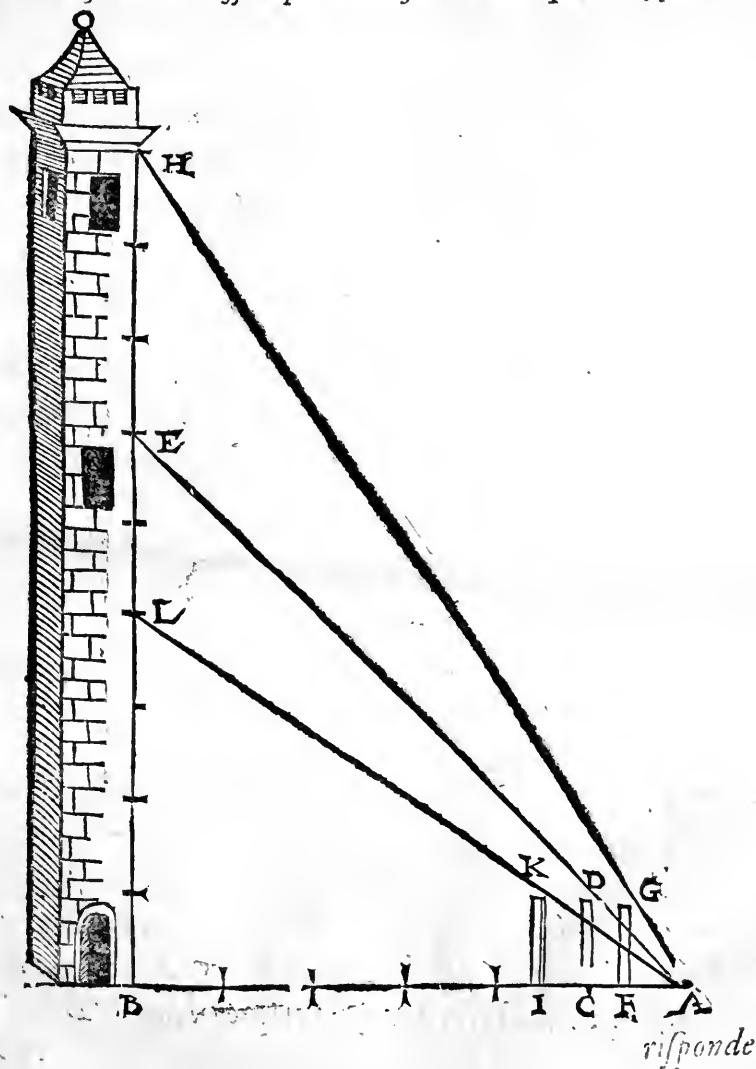
Come dette altezze si possino misurare, senza nessuno quadrante, ma solo con vn'asta in più modi. Cap. XI.

P VOSSI *ancora senza alcuno quadrante, misurare dette altezze secondo vna regola, che à tempi nostri ci hà dato Orontio; et secondo già ne insegnò ne tẽpi suoi il giudicioso, et nõ meno accorto, che dotto Leõ Battista Alberti: ma per non confondere l'un modo cõ l'altro, dirò quello di Orontio, Matematico in uero accuratissimo nell'età nostra. Dico adũque, che apparecchiatasi vn'asta nõ molto lunga: ma sopra tutto drittissima, diuisa in quelle più, ò meno parti, che si uoglino, sieno braccia, ò meze braccia, ò terzi di braccia, ò soldi, ò denari, si come si vsa diuidere il braccio Fiorentino. Quando esattamente si vuole con esso misurare alcuna cosa*

che ordinariamente si diuide in soldi 20.& ogni soldo in 12. dena ri. Fatto questo, rizzisi detta asta à piõbo in sul piano; di su il quale la propostaci torre, ò altezza da misurarsi, si rilieui ad angolo retto, et posto conseguentemente l'occhio in terra, bisogna accostarsi, ò discostarsi tanto da essa asta, che la veduta dell'occhio passando per la cima dell'asta, arriui alla cima della torre da misurarsi. Misurisi dipoi lo spatio, che è fra l'occhio, & il piè dell'asta, con le medesime misure, con che è scompartita l'asta: dicesi, che in quella proportione, che corrisponde l'asta allo spatio detto, corrispõde ancora la propostaci altezza alla distantia del piano intrapresa fra l'occhio, & la basa di essa torre, ò altezza. Perilche se l'asta, & il detto spatio sarãno vguali; si potrà dire, che lo spatio fra l'occhio, et la basa, sia ancora esso vguale all'altezza propostaci. Come nella figura, che segue, si vedrà lo essempio dell'asta C D, *et dello spatio* A C, *che sono vguali, cosi come è vguale ancora l'altezza* B E, *allo spatio intrapreso fra l'occhio* A, *et la basa della torre* B, *che l'vna, et l'altra è per sei aste.*

Ma se ci occorresse, che lo spatio fra l'occhio, & l'asta fuße minore dell'asta, egli è chiaro, che la propostaci altezza sarà maggiore dello spatio intrapreso fra l'occhio, & la basa della propostaci altezza; & detta altezza corrisponderà alla lunghezza del piano intrapreso fra l'occhio, et piè dell'asta, come dimostra lo essempio dell'asta F G, *et dello spatio* A F, *che è due parti solamente di quelle, che l'asta è tre. Si come adunque l'asta è per vna volta, et mezo dello spatio* A F, *cosi ancora l'altezza* B H, *è per vna volta, et mezo la lunghezza* A B. *Di quelle medesime parti adunque, che la lunghezza* A B *sarà sei, la* B H *sarà noue. Debbesi adunque arrogere ad essa* A B *la metà di se steßa, quanto alla lunghezza, & ce ne verrà l'altezza del* B H.

Ma

Ma se lo spatio fra l'occhio, & il piè dell'asta, sarà maggiore dell'asta, la distantia del piano, fra l'occhio, & la basa della torre, sarà maggiore, che la propostaci altezza, & in quella proportione auãzerà detta altezza, che lo spatio auanza l'asta. Come facilmente si uede lo essempio dell'asta IK, *alla quale lo spatio* A I *cor-*

risponde

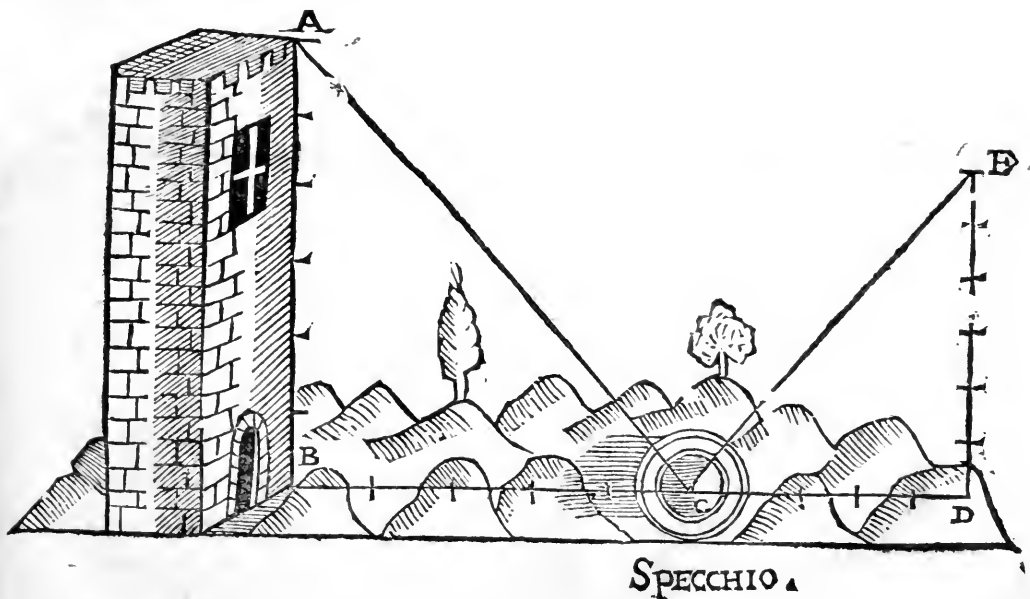
risponde per sesquialtera, cioè por la metà più. Là onde la lunghezza del piano A B *è per una uolta, et mezo della lunghezza* B I. *adunque se* A B *sarà sei parti, l'altezza* B I. *quattro parti simili. Debbesi adunque trarre la terza parte di* A B, *acciò ci rimanga la propostaci altezza* B L, *& il simile si deue fare di tutte le altre respettiuamente simili à queste.*

La ragione delle cose dette, & di qual altre si sieno simili à queste, pare che venga dall'vgualità, ò vogliamo dire aguaglianza de gli angoli, & dalla proportione de lati de' triangoli. Cōciosia che per ridurre la cosa in somma, i triangoli A C D, *&* A B E, *et i duoi triangoli ancora* A F G, *&* A B H, *et gli altri* ALK, *et* A B L, *sono scambieuolmente vguali, per la ventinouesima del primo. La onde secondo la quarta del sesto, si come il lato* A C *corrisponde al lato* C D *del triangolo* A C D, *così la linea retta* A B *corrisponde alla lunghezza* B E; *& similmente, come* A F *corrisponde alla* E G, *così fà la* A B *alla* B H. *Et come* A I *corrisponde allo* I K, *così la retta medesima* A B *corrisponde alla* B L, *facendo respettiuamente comparatione de' lati corrispondentisi, le quali cose per le ragioni già più, & più volte allegate si veggono euidentissime.*

Come le altezze si possino misurare con vno specchio posto adiacere in terra. Cap. XII.

P*IGLISI vn specchio piano, come sarebbe vna spera di acciaio, ò di cristallo, et pongasi adiacere sopra il piano del terreno. Bisogna dipoi accostarsi, ò discostarsi tanto à detto specchio, che si uegga in esso rappresentarsi la cima della torre, ò casa da misurarsi; oltre à questo mandisi dall'occhio, che guarda à terra vn filo col piombino. Dicesi che*

tale

tale proportione harà lo ſpatio intrapreſo fra il piombino del filo, & il centro dello ſpecchio, alla lunghezza di eſſo filo, et piombino, che harà la lunghezza del piano, intrapreſa fra lo ſpecchio, & la baſa della torre da miſurarſi, alla propoſtaci altezza. Seruaci per eſſempio, che la torre che ſi harà à miſurare ſia A B, *& lo ſpecchio* C, *& l'occhio che miſura* E, *dal quale ſi mandi il filo à piombo ſino in terra, che ſia* E D; *diceſi che come* C D *corriſpõde al* D E, *coſi il* C B *corriſponde alla propoſtaci altezza* B A. *Talche ſe* D E *fuſſe ſei di quelle parti, che il* D C, *è* 5. *à corriſpondentia l'altezza* B A *ſarà ſei di quelle parti, che la lunghezza del piano* B C *ſarà* 5. *Miſuriſi adunque* B C, *& aggiungauiſi la quinta parte, & haremmo* A B; *& per maggiore chiarezza veggaſi la figura, che ſegue: nè uò mancare di dire, che queſta operatione ſi può fare con vn vaſo di acqua in cambio dello ſpecchio.*

SPECCHIO.

La ragione è; che i duoi triangoli A B C, & C D E, sono fra loro di angoli vguali: Percioche il raggio della veduta E C A si riflette ad angoli vguali: secondo la sesta della seconda parte della prospettiua commune, & secondo la duodecima, & decimatertia della prospettiua di Vitellione, adunque lo angolo A C B è vguale allo angolo D C E, & il retto B è vguale all'altro retto D, secondo la quarta dimanda. L'altro adunque B A C, è vguale all'altro C E D secondo la trentunesima del primo di Euclide. Sono adunque i triangoli A B C, & C D E, di angoli vguali, & le corde, ò lati, che sono sotto ad angoli vguali, sono fra loro proportionali, secondo la quarta del sesto. Come adunque il C D corrisponde al D E, cosi fà ancora il C B al B A. Onde auuiene, che se D E, linea à piõbo, sarà vguale alla D C, la AB à corrispõdentia sarà vguale alla B C. Et se essa D E sarà minore della D C, l'altezza propostaci A B sarà minore ancora dello spatio B C, & superera il B C la medesima altezza A B in quella proportione, che il D C superera la linea à piombo D E. Hauẽdo dunque notitia di tre cose, ci sarà facile, secondo la replicata più volte regola, delle quattro proportionali, ritrouare la quarta.

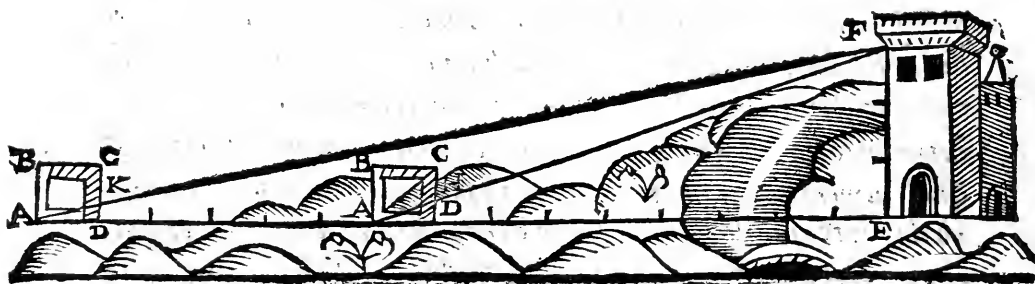
Come si misurino col quadrante le altezze, alle quali non ci possiamo accostare, nè misurare la distantia, che sarà fra esse, & noi. Cap. XIII.

SONO alcune altezze di torri, ò d'altri edificij, alli quali, ò per impedimẽti di fossi, ò di fiumare, ò laghi, non ci è lecito accostarci; le quali misureremo in questa maniera. Ritrouandoci in vn piano, de' più vicini, ò commodi, che vi sieno, rizzisi il quadrante sopra il lato A B,

ouero

ouero A D con angoli retti da ogni banda, uoltato l'uno de lati, ò B C, ò A D, all'altezza da misurarsi. Alzisi dipoi, ò abbassisi la linda (messo sempre l'occhio al punto A) sino à tanto, che passando la ueduta dell'occhio per amendue le mire arriui alla cima della cosa da misurarsi. Fatto questo guardisi doue batte la linda in quel lato del quadrante, che è uolto uerso detta altezza, et notisi da parte il numero determinatore delle proportioni, che hà il lato intero del quadrante alle parti comprese dalla linda. Accosteremoci dipoi, ouero discosteremoci à drittura della propostaci altezza, ò torre, secondo l commodità del piano del terreno: & faremo la seconda operatione della ueduta, considerata mediãte la proportione, che hà il lato intero del quadrante alle parti comprese dalla linda, et parimente porremo da parte il secondo numero denominatore di tale proportione. Traggasi dipoi il denominatore minor del maggiore delle osseruate proportioni, & serbisi da parte. Fatto questo, misurisi lo spatio, doue stemo fra l'una positura, & l'altra ad operare, intrapreso dall'angolo A dell'una, & dell'altra operatione; & quel numero, che ce ne uiene, partasi per quello ultimo, che si serbò da parte, quãdo si trasse l'uno denominatore dall'altro: et quel che ne uerrà per parte sarà la quãtità della propostaci altezza, alla quale non era permesso di accostarci. Perilche se il rimasto numero sarà uno, lo spatio intrapreso fra l'una positura, et l'altra, sarà à punto quanto l'altezza propostaci; perche uno, nè partẽdolo, nè multiplicãdolo, nõ cresce, et non scema. Ma per maggior dichiaratione, dicasi per essempio, che la propostaci torre sia E F impedita da qualche acqua, che habbia all'intorno. Faremo la prima osseruatione, ouero operatione nel punto G, nella quale dicasi che la linda battẽdo nel C D intersechi detto lato nel pũto H, laquale intersecatione sia alle 20. parti di quel, che tutto il lato è 60. Cócio-

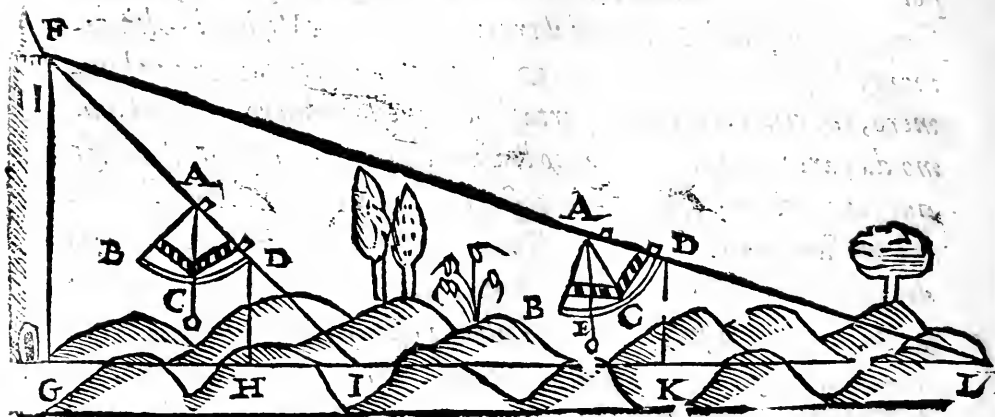
sia che

ſia che il 60 corriſponde al 20.per tripla,cioè per tre tanti, notiſi da parte il 3.denominatore della proportione tripla,ò di tre tanti. Torniſi dipoi à drittura indietro per fare la ſecõda operatione, quale faremo nel punto I; & ſe la parte del lato D C, qual ſarà D K intrapreſa dalla linda, ſarà 12.di quelle ſteſſe parti,che tutto il lato del quadrante è 60.perche 60.corriſponde al 12.per quincupla, cioè per 5.tanti; notiſi da parte il 5.che è il denominatore della proportione di 5.tanti. Traggaſi dipoi il 3.del 5.ce ne reſta duoi,ilche ſerberemo da parte. Miſuriſi dipoi lo ſpatio G I, & ſia per modo di dire 24.di quelle parti,che ciaſcun lato del quadrante ſarà 4. partaſi 24.per 2.ne verrà 12.che ſaranno le parti della poco fà propoſtaci altezza,alla quale non ci poteuamo accoſtare.

Come ſi miſurino le altezze, alle quali non ci ſia lecito accoſtarci con il quadrante del cerchio.
Cap. XIIII.

VOLTISI il quadrante in maniera,che paſſando la veduta per amendue le mire, arriui alla cima della torre da miſurarſi; & notiſi doue batte il filo col piombo, cioè il denominatore della proportione delle parti compreſe dal filo al lato intero del quadrante: & notiſi ancora con l'altro filo,

filo, mandato dall'occhio à terra, il punto doue siamo stati à questa prima operatione. Dipoi accostandoci, ò discostandoci, secondo ci torna più commodo, faccisi la seconda operatione nel medesimo modo, & notisi il denominatore, & il sito, come di sopra. Dipoi traggasi il denominatore minore del maggiore (perche saranno sempre disuguali) & serbisi il tratto da parte. Misurisi vltimamente lo spatio fra la prima, & la seconda positura; & quel numero, che vi ci occorrerà, partasi per quello numero, che serbammo da parte, quando traemmo l'vno denominatore dall'altro: & quel ce ne verrà, sarà la propostaci altezza, secondo quelle parti ò misure però, che noi vsammo poco fà nel misurare lo spatio delle positure. Accadracci adunque (come prima) che il medesimo spatio intrapreso fra l'vna, et l'altra positura, sarà quanto la propostaci altezza: ogni volta, che dal trarre l'vn denominatore dall'altro, ce ne rimarrà il numero vno, conciosia, che l'vno è indiuisibile.

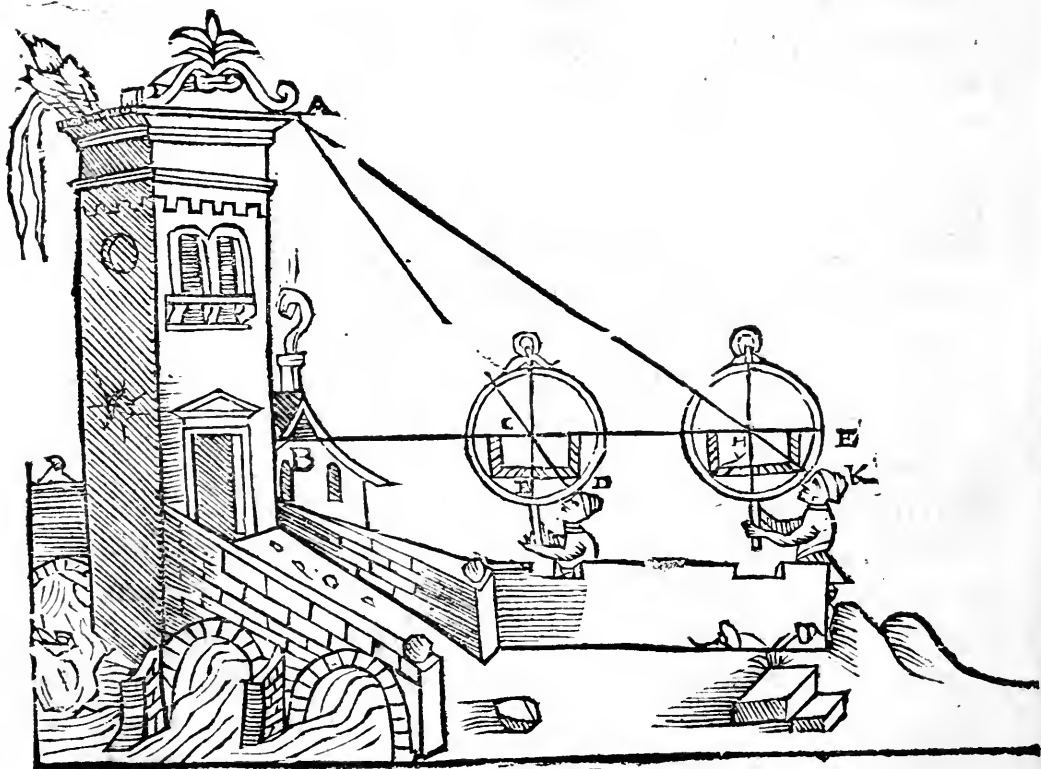
Ma giouerà molto à queste cose l'essempio. Però dicasi, che l'altezza da misurarsi, alla quale non ci possiamo accostare, sia G F, & che la prima osseruatione si sia fatta nel punto H, & che il raggio della veduta batta nel punto I, et il filo col piombo caschi nel punto C: la proportione adunque del lato A D sarà proportione di vgualità al lato D C, denominata dal numero vno. Serbisi adunque l'vno per denominatore. Ritirandoci dipoi indietro, facciasi la seconda osseruatione della veduta, come è à dire nel K, doue il filo batta nel lato B C al punto E, et B E sia quattro di quelle parti, che il lato E C è 12. perche 12. corrisponde à 4. per tre tanti; notisi per denominatore il 3. et per quel che si disse nel Capit. decimo corra il raggio della veduta ad vnirsi col piano al punto L. Traggasi dipoi vno, da 3. ce ne rimarrà duoi, il qual numero

serbisi da parte. Misurisi dipoi lo spatio I L, *che per modo di dire sia* 20. *braccia, le quali si hanno à diuidere per il* 2. *che ci restò, & ce ne verrà* 10. *& tanto saranno le braccia della propostaci altezza* G F *come nella figura qui di sotto si vede.*

Il medesimo ancora ci auuerrà à corrispōdentia di quel che si disse nel Cap. 10. *quādo si trattò dell'aggiūgere, ò crescere proportionalmente le linee del piano Se osseruata la caduta del piombo dall'occhio prima nel punto* H, *dipoi nel* K, *ouero per il contrario, & si misurerà lo spatio* H K, *& si diuiderà per il numero rimastoci nel trarre l'un denominatore dall'altro, cioè per* 2, *secondo l'essempio poco fà addotto. Conciosia che se si aggiungerà al generato numero delle misure, vna qual si uoglia delle linee à piombo, come* D H, *ò* D K, *haremmo la detta altezza* F H. *Come per essempio, secondo la passata, lo* I L *fusse braccia* 20. *lo* H K *sarà* 13. *&* D H, *ouero* D K *sarà* 3. *& mezo; onde si diuiderà* 13. *per* 2. *ne uerrà* 6. *& mezo per parte, al quale numero se si aggiungerà* 3. *& mezo, ce ne verrà* 10. *che saranno à punto le braccia, che trouammo esser l'altezza* G F. *Et così si potrà operare dell'altre cose simili.*

Come

Come ſi miſuri vna diſtantia, ò ſpatio di alcuna coſa, alla quale noi non ci poſſiamo accoſtare, come ſono li foſſi delle fortezze, ò delle città delli nimici, ò ſimili, & vi fuſſe ancora qualche impedimento di muraglia. Cap. XV.

SIa la fortezza, ò la città A B *cinta dal foſſo* B D, *& ſia il* D, *la prima poſitura, dalla quale noi miſuriamo l'altezza di eſſa fortezza, ò Città, et la ſcala altimetra ſia* C F G, *& il razo della veduta ſia* A C D, *che interſeghi la nona parte della ombra uerſa. Riduchinſi le parti dell'ombra uerſa alla ombra retta (come ſi inſegnò) & traggaſi il numero minore dal maggiore, et ce ne reſterà 7. Multiplichiſi dipoi lo intero lato della ſcala per* D E, *ſpatio fra le due poſiture, il quale ſpacio preſuppongaſi, che ſia braccia 23. e mezo, et dipoi diuidaſi queſta quãtità delle braccia per 7. che ſon le parti dell'ombra retta, et ſi trouerà l'altezza della fortezza* A B *eſſere 40. braccia, & $\frac{2}{7}$ Dipoi dalla cognitione di queſto verremo in cognitione della* D E, *cioè della larghezza, ò diſtãtia del foſſo, in queſto modo. Riduchinſi le parti dell'ombra verſa, (come ſi è detto) alle parti dell'ombra retta, et ſaranno come ſi uede già la, 16. parti della ombra retta, le quali multiplichinſi per la altezza già trouata della fortezza, che sõ braccia 40. $\frac{2}{7}$, et ce ne uerrà $\frac{4512}{\ }$ ilqual numero diuidaſi per 12. cioè per tutta la intera parte della ſcala, et ce ne uerrà la prima coſa tutta la diſtantia* B E *che ſarà 53. et $\frac{14}{21}$ dal qual numero traendone la diſtantia* D E, *che è 23. e mezo, ce ne rimarrà la larghezza del foſſo, cioè piedi 30. $\frac{9}{42}$ che era quel che ſi cercaua. Imperoche ſi come di già ſi è prouato in quel modo, che* H Y, *intero*

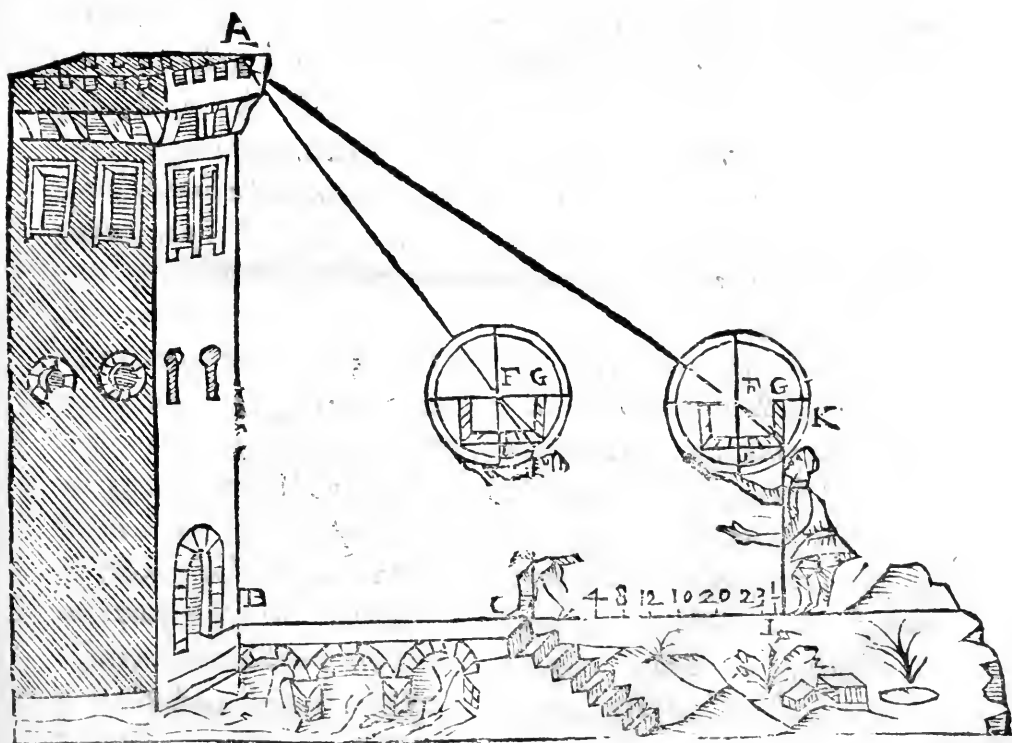
lato della ſcala nella ſeconda poſitura corriſponde allo Y K. 16. *parti, cioè di ombra retta; coſi la* A B, *altezza della fortezza, corriſpõde alla* B E, *diſtantia dalla fortezza nella vltima poſitura, ſarà adunque la medeſima proportione nell'vn luogo, & nell'altro, che era quel che voleuamo prouare. Ma biſogna ben auuertire, che le parti della ſcala della ſeconda poſitura ſieno, ò dell'ombra uerſa (come ſi vede nello eſſempio) ò nella ombra retta, ſempre ſi hanno à multiplicare per l'altezza della fortezza; & quel, che ne viene partire per lo intero lato della ſcala. Porraſſi adunque per quel, che*

ſi aſpetta

si aspetta alla regola delle tre cose, per il primo numero tutte le intere parti della scala, cioè il 12. & per il secondo numero le parti intersegate della scala nel secondo luogo, et nel terzo l'altezza della torre: & con questa regola, come si è detto, non dubiteremo del quarto termine.

Puossi ancora misurare detta altezza con l'Astrolabio, pur che ci trouiamo in luogo piano commodo da poterci accostare, ò discostare da essa per qualche poco di spatio. La prima cosa, piglieremo con la nostra linda l'altezza, che vorremo misurare, di qual si vogli torre, ò cosa, dipoi noteremo il luogo, doue saremo stati, con una linea in esso piano, & lo chiameremo la prima positura: et considereremo le parti intersegate della scala dalla linda, le quali diciamo che sieno noue dell'ombra retta. Dipoi partendoci da quel luogo, et ripigliando la medesima altezza; ma intersegando le noue parti dell'ombra versa con la nostra linda: noteremo quel secondo luogo, il quale chiameremo la seconda positura. Dipoi fatto questo ci bisogna ridurre le parti dell'ombra versa all'ombra retta, ilche si fà in questo modo. Multiplichisi l'intero lato della scala in se stesso quadratamente, cioè 12. per 12. & ce ne verrà 144. & poi si diuida questo numero per le parti intersegate dalla linda della scala dell'ombra retta, cioè per noue, & ce ne resterà 16. che saranno già le ridotte alle parti della detta ombra retta. Di questi duoi numeri sempre trarremo il minore del maggiore, cioè il 9. dal 16. & ce ne resterà 7. dipoi misureremo con passi, ò braccia lo spatio, che è fra le due positure, & per modo di essẽpio sia 23. e mezo, noi haremmo già cognitione di tre termini, cioè dell'altezza della scala, che è dodici parti, et dipoi delle sette parti dell'ombra retta, & delle 23. braccia, et mezo, che sono fra la prima, & la seconda positura. Talche per la regola delle tre cose, verremo in cognitione

del quarto termine in queſto modo, ſe 7. mi da 23. e mezo, che mi darà 12. intero lato della ſcala? che è il medeſimo, che ſe ſi diceſſe: ſe 7. mi dà 12. che mi darãno 23. e mezo. Multiplichiſi adunque lo vltimo numero per quel del mezo, & partaſi per 7. & ce ne verrà da quel che reſta la deſiderata altezza, cioè 40. $\frac{2}{7}$ il che ſi proua in queſto modo. Sia l'altezza da miſurarſi A B, et la prima poſitura noſtra ſia C, & la ſcala altimetra F E D G, et la veduta dell'occhio, che paſſa per le mire della linda, ſia A H, & la ſeconda poſitura ſia I, & il razo della veduta ſia A F K, et la ſcala di nuouo ſia F G D E. per tanto; ſi come E D, intero lato della ſcala, corriſponde alla H E, parti dell'ombra retta interſegate dalla linda: coſi la A B, altezza della torre, corriſponde alla B C, che è la diſtantia fra la prima poſitura, & la coſa da miſurarſi, ſecondo la quarta del ſeſto di Euclide. Et di qui auuiene, che per la proportione, che ci chiamano la contraria, ouero riuolta, come F E corriſponde alla A B, coſi fà la E H alla B C: & nel medeſimo modo, come nella ſeconda poſitura la E D corriſponde alla E K, coſi fà la A B alla B I, per la medeſima quarta del ſeſto di Euclide. Adunque per la proportione riuolta, ſi come la E D, (che è la medeſima che la F E, imperoche dicemmo, che era vguale) corriſponde alla A B, coſi fà la E K alla B I; la medeſima proportione adunque che harà la F E alla B A, tale la harà ancora la E H alla B C, et la E K alla B I. Imperoche leuiſi via ſecondo la quarta del primo di Euclide la E H, cioè la parte vguale à quella, dalla E K, ci rimarrà lo ſpatio K D; & coſi ancora dalla B I leuiſi ſimilmente B C, quel, che ce ne rimarrà, ſarà C I; adunque in quel modo, che il reſtante K D corriſponde al reſtante C I, cioè allo ſpatio fra le due poſiture, coſi la F E, intero lato della ſcala, corriſponde alla A B, cioè all'altezza della torre. Imperoche ſe la quantità di vna parte, come per modo di dire, è la E K, che ſono le parti

interſe-

intersegate della scala nella seconda positura, harãno la medesima proportione alle parti dell'altra quantità, cioè alla B C, *che è lo spatio fra la prima positura, & la cosa da misurarsi, del tutto, cioè* E K, *al tutto* B I, *che è la distantia fra la seconda positura, & il luogo da misurarsi: harà ancora la medesima proportione il restante* K D *al restante* C I, *secõdo la nona del quinto di Euclide, che era quel che noi voleuamo prouare. Finalmente se nell'una, & nell'altra positura le parti intersegate dalla linda fussino dell'ombra retta, traendo sempre il numero minore dal maggiore, tenẽdo nell'altre cose il modo, che si è insegnato, troueremo sempre l'altezza, che noi*

 cerchiamo

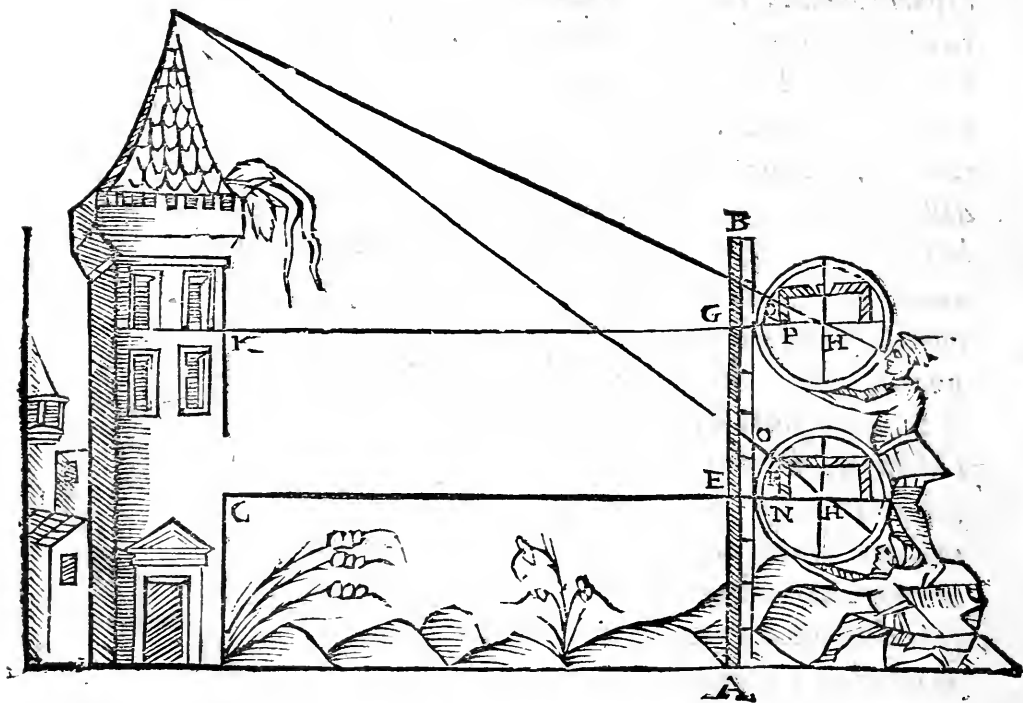
cerchiamo. Et se in amendue le positure le parti fussino dalla ombra versa, riducendola alle parti dell'ombra retta (come se insegnò), & traendo poi il numero minore del maggiore, nel medesimo modo vedremo che ci riuscirà l'operare.

Come si possi misurare la detta altezza, alla quale non ci possiamo accostare, con vna positura sola.

Accomoderemoci la prima cosa di una canna da misurare scõpartita in quarti di braccia, ò à soldi, & à danari, come altra volta si è detto, & la rizzeremo à piombo in quel luogo, doue uorremo stare ad operare; & adatteremo dipoi il nostro Astrolabio à qualche parte di essa da basso, & guardãdo per le mire della linda l'altezza della torre, considereremo quali parte della scala uenghino intersegate da detta linda. Dipoi trasportando l'Astrolabio, lo accommoderemo à qualche altra parte più alta della nostra canna, & medesimamente guardaremo per le mire della linda l'altezza da misurarsi, et considereremo di nuouo quelle altre parti della scala, uẽghino intersegate dalla linda, le quali se saranno, nell'una operatione: & nell'altra, dell'ombra versa, traggasi il numero minore dal maggiore, et serbisi quel che resta, per il primo numero della regola delle proportioni, et il secondo numero, sarà quella parte della cãna intrapresa fra la prima, & la seconda applicatione dello Astrolabio, & il terzo numero sarà quello, che sarà il maggiore delle parti intersegate: se adunque si multiplicherà il secõdo numero per il terzo, et si partirà quel che ce ne verrà per il primo, haremmo senza dubio l'altezza, che noi cercauamo. Ma se le parti intersegate saranno nell'una parte, et nell'altra dell'ombra retta, riduchinsi all'ombra uersa, & questo si farà multiplicando tutto il

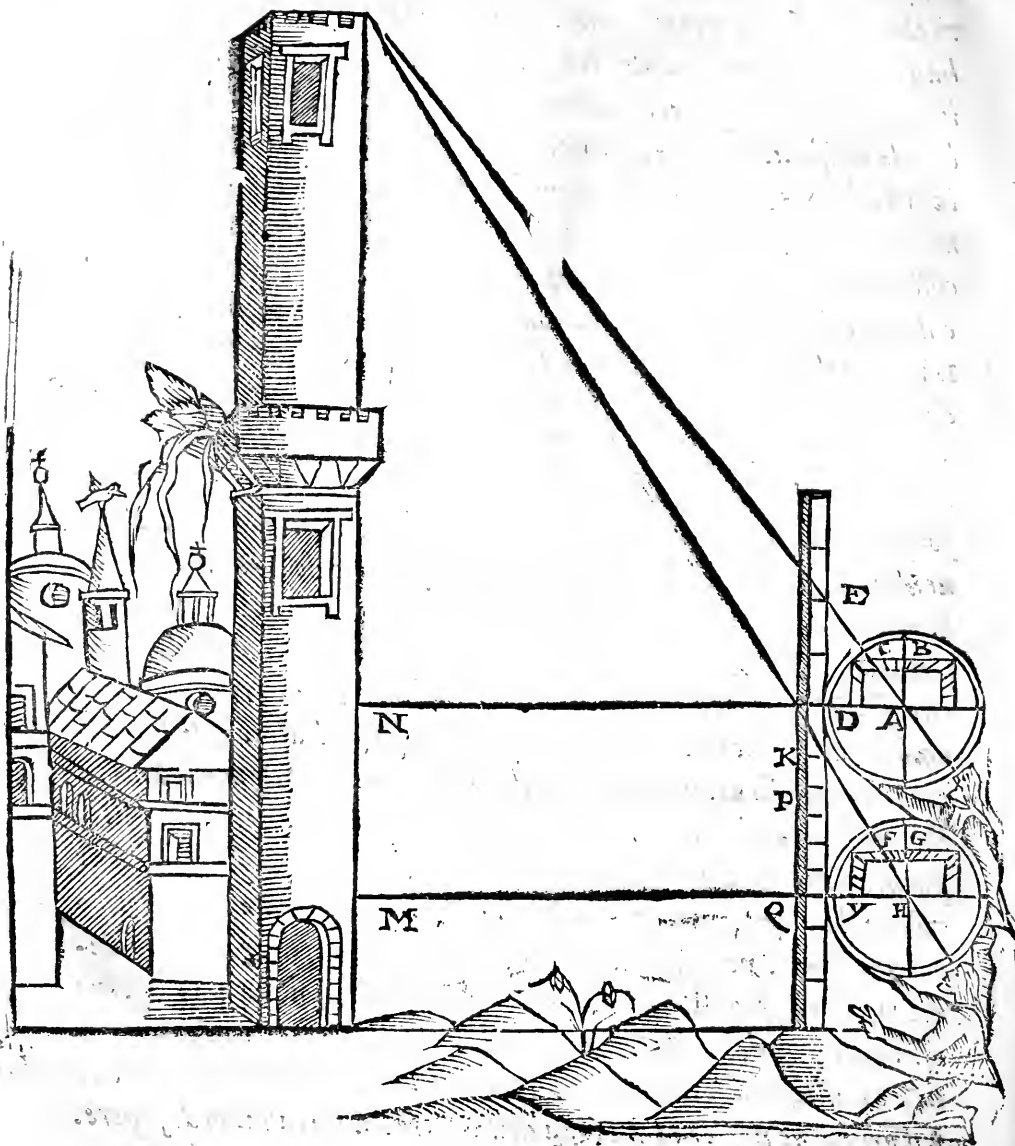
lato

lato della scala in se stesso, et diuidēdo quel che ce ne verrà per le parti intersegate. Imperoche questa permutatione delle ombre si fà mediante la mutatione della scala: la quale in questo luogo noi, per più facile dimostratione della cosa, collochiamo nella parte di sopra dell' Astrolabio. Le altre cose non variano da quello, che noi insegnammo delle parti dell' ombra versa. Sia dunque per nostro essempio la torre da misurarsi CD, *&* *la canna posta à piombo* AB, *et la prima applicatione dello Astrolabio accommodato alla canna sia* E, *et per le mire dell'a linda dirizzisi la veduta al* D *altezza della torre, et la seconda applicatione dello Astrolabio alla canna nella parte più alta sia al* G, *donde medesimamente si dirizzi la ueduta al* D, *&* *siano le parti intersegate amendue nell' ombra versa, l'una alle* 10. *l'altra alle* 9. *parti, et la portione intrapresa della cāna fra* E, *&* G, *sia* 4. *de suoi soldi, multiplichisi* 4. *per* 10. *&* *ce ne verrà* 40. *il qual numero se si diuiderà per* 1. *che è la differentia delle parti intersegate, ci resterà pure* 40. *il qual numero sarà quel lo dell' altezza della torre, che si cercaua. Et questo si dimostra in questo modo. Sia un lato dell' Astrolabio nell' applicatione di sopra come se hauessimo volto il detto Astrolabio sosopra* H P, *&* *nel guardare al* D *la linda interseghi la scala nel punto* Q. *&* *nell' application di sotto sia vn lato della scala* H N, *et la linda interseghi l'altro lato di detta scala nel punto* R, *et haremmo di già* 4. *triangoli, cioè* D H K, *et* Q H P, *nell' applicatione di sopra, &* *altre tanti nell' applicatione di sotto* D H C, *et* O H N, *i lati de quali saranno proportionali. Imperoche si come* H P *corrisponde allo* H K, *così corrisponderà ancora* P Q *alla* K D; *&* *così come* H N, *(che è la medesima che la* H P*) corrisponde alla* H C, *(che è la medesima, che la* H K*) così farà la* N O *alla* C D, *et quelle cose, che sono proportionali ad alcuna cosa, sono ancora proportionali fra di loro. Leuisi*

adunque dalla N O, *quanto è la* P Q. *cioè* R O; *&* *ſimilmente dalla* C D, *quanto è* K D; *il reſtante* N R, *harà la medeſima proportione al reſtante* C K, *ouero* E G, *(che è la medeſima) che harà il tutto* N O *al tutto* C D, *ſecondo la dicianoueſima del quinto di Euclide. Per tanto noi habbiamo di già cognitione della* N R, *&* *della parte della canna intrapreſa fra la prima, &* *la ſeconda applicatione dello Aſtrolabio, cioè* E G, *&* *ancora della* N O; *perilche non ci ſarà difficile, mediante la regola del 3. molte volte già detta, uenire in cognitione del quarto termine, cioè del* C D, *altezza della torre, che era quello che ſi cercaua.*

E ſe le parti della ſcala interſegate, fuſſero nell'una applicatione dello

dello Astrolabio, & nell'altra, nell'ombra retta, come si uede nella figura che segue; la dimostratione sarà quasi la medesima: imperò che si come la C B corrisponde alla B A, così fà la A D alla D E, & hauendo noi cognitione de' tre primi termini verremo facilmente in cognitione del quarto. Ancora nell'applicatione dell'Astrolabio da basso alla canna, si come la F G corrisponde alla G H, così fà la H Y alla Y K, & hauendo cognitione de' tre primi termini, sapremo ancora il quarto. Di nuouo, come corrisponde la A D alla D N, così fà la D E alla N O, & il simile fà la H Y alla Y M: ouero, ilche è il medesimo: la A D alla D N, come la Y K alla M O, adunque come D E, corrisponde alla N O, così fà la Y K alla M O. Et se si leuerà dalla Y K, quanto è la D F, ce ne resterà P K; & così leuando dalla M O, quanto è la N O, ce ne resterà M N. Dico, che quel restante P K harà la medesima proportione al restante M N, ouero Q R (perche sono vguali) che quella, che harà tutto lo Y K al tutto M O. Et hauendo noi mediante le cose dette già cognitione de' tre termini, nõ haremo da dubitare del quarto. Vltimamente se in vna delle applicationi dell'Astrolabio le parti della scala fussino nell'ombra versa, & nell'altra applicatione nell'ombra retta, riduchinsi le ombre verse, nelle rette (si come si insegnò) & l'altre cose si metteranno in essecutione con la medesima regola. Potrassi ancora far questo medesimo senza hauer à far la reduttione, se si multiplicheranno le parti verse nelle rette, & si trarrà quel che ce ne viene da 144. numero quadrato del lato della scala, et porremo poi quel che ce ne resterà nella regola delle tre cose per il primo numero, et per secondo esso quadrato della scala, cioè 144. et ꝑ terzo essa portione della cãna intrapresa fra l'una, et l'altra applicatione, et multiplicãdo il secõdo ꝑ il terzo, et partẽdo ꝗl che ce ne uiene ꝑ il primo, ne nascerà l'altezza della torre che cercauamo di sapere.

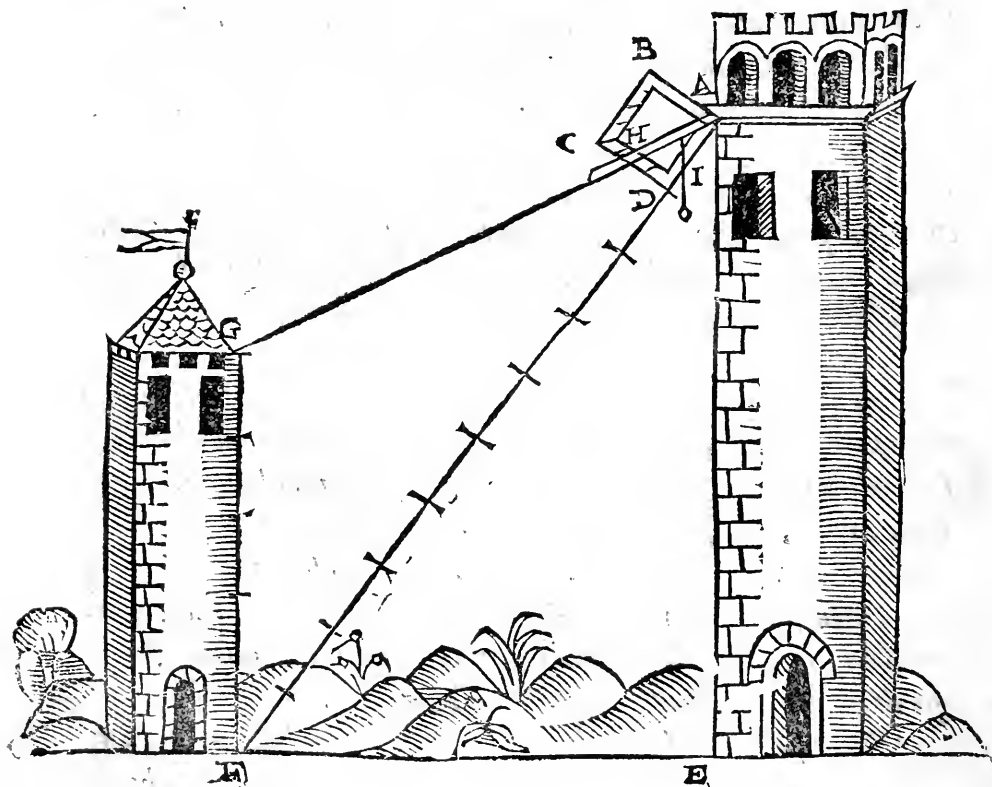
Come

O
E
C B
D A
N
K
P
F G
M
Q
Y H

Come trouandosi sopra vna torre possiamo misurare vna torre minore, & cosi trouandosi su la minore misurare la maggiore con il quadrante. Cap. XVI.

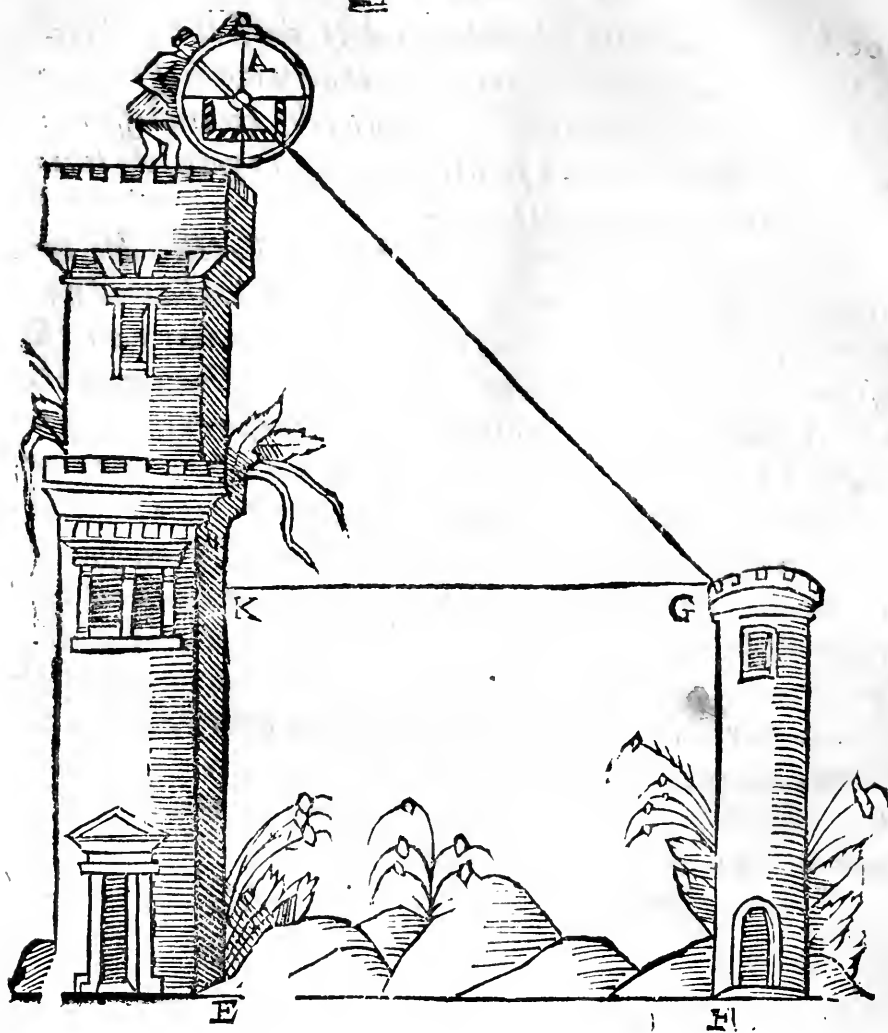
IA la torre maggiore E A, *di cima della quale vogliamo misurare la torre* F G; *pongasi l'angolo* A *del quadrãte alla cima della torre maggiore, uolto il lato* CD *alla torre minore. Pongasi la linda à drittura del lato del quadrante* AD, *et alzisi, ò abbassisi detto quadrante, tanto che passando la ueduta per amendue le mire, arriui al piè della basa della torre minore da misurarsi. Dipoi senza muouere punto il quadrante, alzisi, ò abbassisi la linda, tanto che la veduta per le mire arriui alla cima* G *di detta torre Fatto questo, lascisi cadere da detta linda vn filo col piombino sopra qual parte si voglia del lato* A D *del quadrante, come sarebbe à dire dalli punti* H I. *Considerisi dipoi, che proportione habbia la parte* AI *del lato* A D *intrapresa dal filo, che casca dalla linda, con l'altezza del filo, che è fra la linda, et detto lato* A D; *perche il raggio della veduta* A F, *harà la medesima proportione con la propostaci minore altezza* F G.

La ragione è; che i duoi triangoli A H I, & A F G, *sono di angoli vguali; conciosia che l'angolo* A, *è cõmune all'vno, & all'altro. Et l'angolo* A H I *dal lato di dentro, et dalla medesima banda, è uguale all'angolo* A G F; *et medesimamente l'angolo* A I H, *è vguale al l'angolo* A F G, *pur di dentro, et dalla medesima banda, secondo la ventinouesima del primo di Euclide. Talmente che in quella proportione, che* A I *corrisponde allo* I H, *corrisponderà ancora il raggio della veduta* A F *alla propostaci altezza* F G.

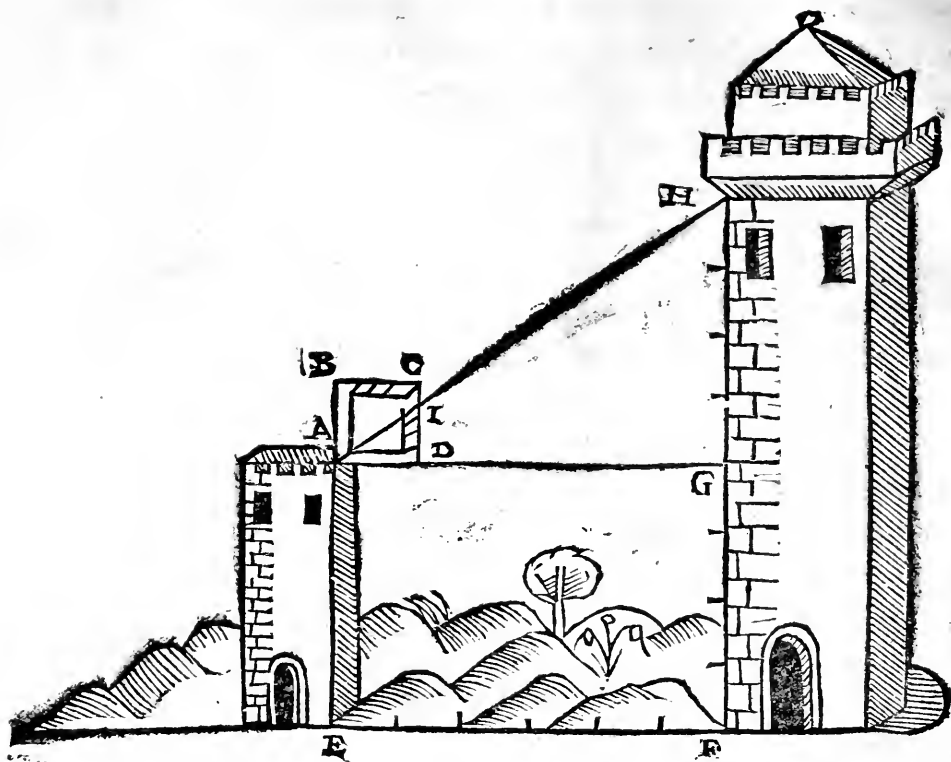
Bisogna adũque sapere la quãtità del raggio della ueduta A F,

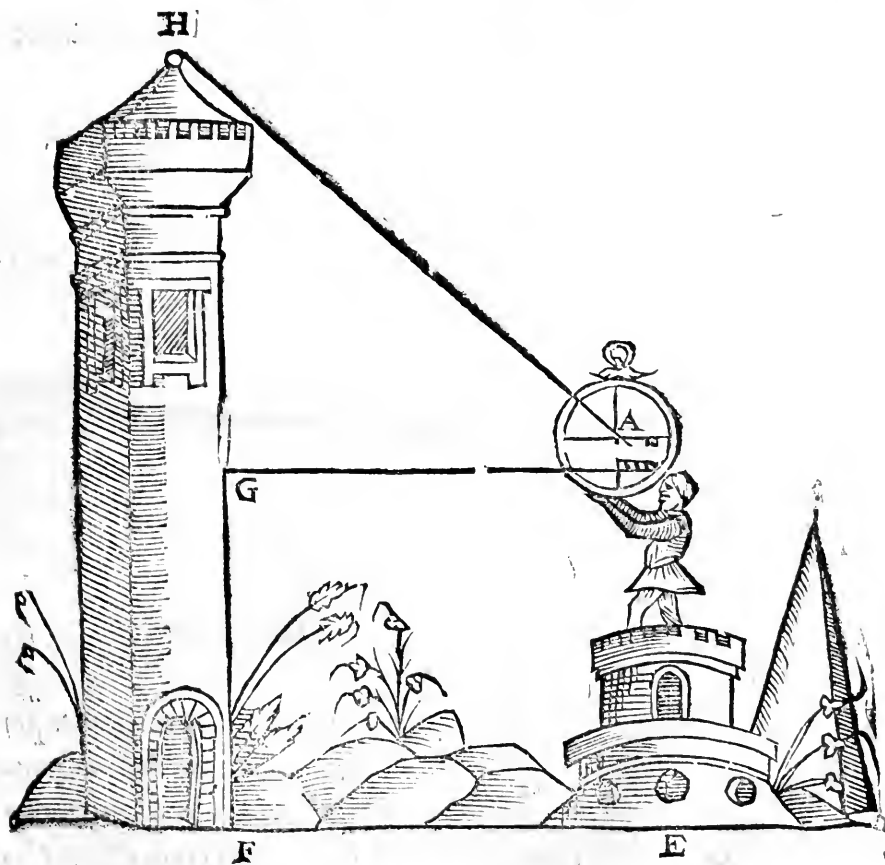
che la sapremo in questo modo: misureremo un filo mandato giù col piombino, che sia A E; dipoi partiremo E F con quella regola, che si disse nel Cap. 3. di questo lib. nell'operatione ultima. Dipoi multiplichisi l'vna, & l'altra A E, & E F ciascuna da per se in se stessa, & raccolghinsi insieme dette multiplicationi, & di tale raccolto traggasi la radice quadrata, laquale sarà il lato A F, del triangolo ad angolo retto A E F, secōdo la quarantasettesima del primo di Euclide. Ma per più facile dimostratione seruaci per essempio, che A E sia otto parti, & E F sei, multiplichisi 8. in se stesso, farà 64. & 6. ancora in se stesso, farà 36. racolgasi dipoi il 64. e'l 36. farà

100. la

100. *la radice quadrata del quale* 100. *è* 10. *dicesi, che* 10. *braccia sarà la* A E, *&* *caschi il filo* H I *nel punto del mezo di essa* A D, *et sia* A I *per due tanti della* I H, *sarà ancora* A F *due tanti ad essa* F G: *& per consequentia essa* F G *sarà cinque di quelle parti, che tutto* A F *sarà dieci, come mostra la figura.*

Misurerassi ancora questa torre minore con l'Astrolabio, & per essempio sia pur la torre più alta A E, *et da essa habbiamo à misurare la più bassa* G F. *Piglisi la prima cosa la distantia* E F, *come si insegnò nel quarto capitolo di questo libro, la quale sarà vguale alla* G K; *& drizando la linda al* G, *haremo da questo duoi triangoli, cioè* A K G, *et l'altro causato dalla linda, et dalla scala altimetra nell' Astrolabio; onde per la regola già altra volta detta, i lati loro saranno fra loro scambieuolmente proportionali. Conciosia che così come le parti della scala intersegate, corrisponderanno all'intero lato di essa scala: così fà la* K G, *uguale ad essa* E F, *al lato* K A. *Multiplichisi adunque l'intero lato della scala per il lato* K G, *& quel che ce ne verrà si parta per le parti intersegate della scala, et ce ne verrà l'altezza* K A; *la quale se si trarrà da tutta la* A E, *già (come si disse) altezza notaci, mediante la fune ce ne rimarrà* K E, *vguale ad essa* G F, *che è quello che si cercaua.*

Come da vna torre baſſa ſe ne poſſa miſurare vna più alta, ò qual ſi voglia altiſſimo monte.

Et ſe per il contrario, noi uoleſſimo, ſtando in cima di una torre minore, miſurare la maggiore, come ſarebbe à dire, che trouandoci ſopra

ſopra la E A *voleſſimo miſurare la* F H,*facciſi in queſto modo. Fermiſi il quadrāte per lo lungo, & per il diritto di eſſa* A E,*in tal maniera che* B A, *&* A E,*faccino inſieme vna linea retta, & il lato* C D *ſi volti verſo l'altezza* F H,*qual ſi harà à miſurare. Pongaſi dipoi la linda ſopra il lato* A D*(tenendo fermo il quadrante) & poſto l'occhio alle mire, corra la veduta alla cima di* F H,*che è l'altezza da miſurarſi; & il punto, che ci darà la linda, ſia* G.*Sarà adunque* A E F G *vn parallelogramo, ouero quadrilungo, i lati contrarij del quale, per la trentaquattreſima del primo di Euclide, ſarāno vguali fra loro. Miſuriſi adunque* A E *mediante un filo mandato giù al modo vſato, & ſapremo quanta è la* F G.*Veggaſi dipoi di ſapere la lunghezza di* E F,*mediante quella regola, che nel terzo capitolo di queſto libro, inſegnammo nell'vltima demoſtratione, & ſaperaſſi quanta è la* A G,*cioè la quantità della noſtra veduta. Alziſi dipoi la linda, tenendo pur fermo il quadrante, tanto che per le mire ſi vegga la cima dell'altezza* H. *Fatto queſto, notiſi doue batta la linda nel lato* C D,*et ſia per modo di dire nel punto* I. *Diceſi, che in quella proportione, che corriſponde il lato* A D *alla parte* D I, *corriſponderà ancora il raggio della veduta* A G *alla parte dell'altezza* G H, *come largamente ſi eſpoſe nell'ottauo cap. Saputa adunque che haremo la lunghezza* G H, *aggiungaſi alla* F G, *acciò habbiamo tutta la lunghezza* F H.*In queſte coſe, & nelle altre ſimili è di neceſſità fare due volte la oſſeruatione, ma per maggiore chiarezza porremo doppo la figura l'eſſempio, acciò ſi faciliti quanto più ſi può il modo.*

Seruaci per eſsempio, che E F. *cioè* A G *ſia* 24. *braccia, &* F G *braccia* 16. *&* D I *ſia parti* 40. *di quelle, che tutto il lato del quadrãte è* 60. *perche* 60. *corriſpõde al* 40. *per ſeſquialtera, cioè per la metà più. Diceſi il raggio della veduta* A G, *ſarà ancor'eſſo per una uolta, et mezo la* G H. *Multiplichinſi adunque le* 24. *braccia* A G, *per* 40. *ce ne verrà* 960. *ilche partaſi per* 60. *ce ne verrà* 16. *per parte, & tante braccia ſarà eſsa* G H, *alle quali aggiunghinſi le* 16. *braccia di eſſa* F G, *& ce ne verrà* 32. *braccia, et tanto ſarà la propoſtaci altezza* F H. *Da queſti eſſempi ſi poſſon cauare molte altre miſure, come potrà vn ragioneuole ingegno da ſe ſteſso giudicare.*

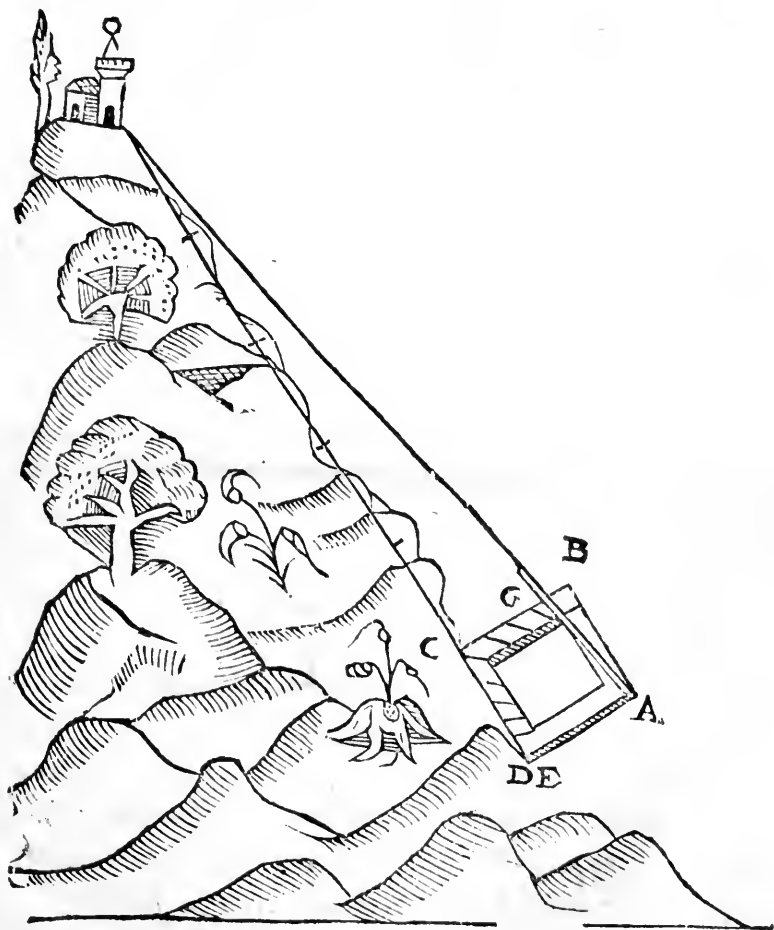
Questa ancora si potrà misurare con l'Astrolabio. sia la torre bassa A E, *dalla quale noi vogliamo misurare, la più alta, che sia* H F, *la prima cosa piglisi, come si è insegnato, la distantia* E F, *la quale di necessità sarà uguale ad essa* A G, *&* G F *sarà uguale alla* A E: *drizzisi la linda alla* H, *& haremo duoi triangoli, cioè* A G H, *& quel, che si fà dalla linda, et dal lato della scala dell'Astrolabio, i lati de quali saranno, per la quarta del sesto di Euclide, scambievolmente proportionali, essendo di angoli retti, et l'angolo* A *essendo*

commune all'uno, & all'altro; perilche secondo ch'lo intero lato della scala corrispõde alle parti intersegate sue, cosi sarà il lato AG *uguale (come si disse) allo* EF, *di necessità al lato* GH *Multiplichisi adũque il lato, che fanno le parti intersegate per* AG, *lato già à noi manifesto, et diuidasi quel, che ne uiene, per lo intero lato della scala: & ce ne uerrà l'altezza* HG: *laquale se noi aggiungeremo all'altezza* AE *già (come si disse) notaci mediante la fune, essendo ella uguale alla* GF, *haremo la intera altezza* HF, *che noi cercauamo.*

Come si misuri vna lunghezza di vn pendio d'vn monte con il quadrante. Cap. XVII.

NEL *medesimo modo, che si operò nel misurare una lunghezza à piano, si potrà operare nel misurare un pendio di un monte. Sia adunque il propostoci pendio* EF, *porremo il quadrante* ABCD *sopra il lato* CD *per lo lungo, et à diritto da essa* EF, *ponendo l'angolo* D *sopra il termine* E: *& uoltissi il lato* BC *alla cima* F, *secondo il solito, come già si è detto. Pongasi poi l'occhio all'angolo* A, *& alzisi, ò abbassisi la linda tanto, che per le mire si uegga la cima* F. *Fatto questo guardisi doue batte la linda nel lato* BC, *& dicasi che batta nel punto* G. *Dicesi, che in quella proportione, che corrisponde il lato* AB *alla parte* BG, *corrisponderà ancora la lunghezza* EF *al lato* AD. *Ma per più chiarezza seruaci, che* BG *sia* 10. *di quelle parti, che il lato del quadrante è* 60. *perche* 60. *corrisponde al* 10. *per sescupla, cioè per sei tanti, la propostaci lunghezza* EF, *sarà medesimamente per sei tanti la* AE, *ouero la* AD, *cioè per il lato del medesimo quadrante. Talche se il lato fusse tre braccia, la detta lunghezza* EF *sarebbe braccia* 18. *Et se il monte fusseinterrotto, ò scosceso,*

talche

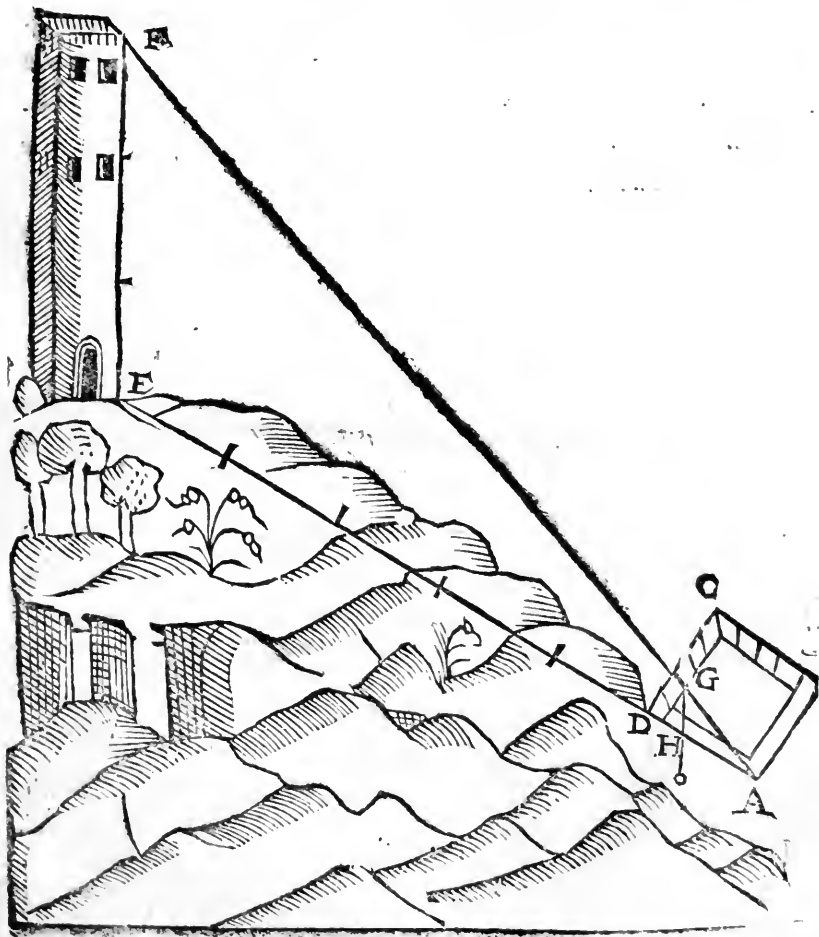
talche non si possa osseruare quel, che si è detto; bisognerà misurarlo à modo della torre, ò d'altra cosa ritta sopra il piano del terreno, come si mostrò nel Cap. 8. & nelli altri tre, che doppo li seguono.

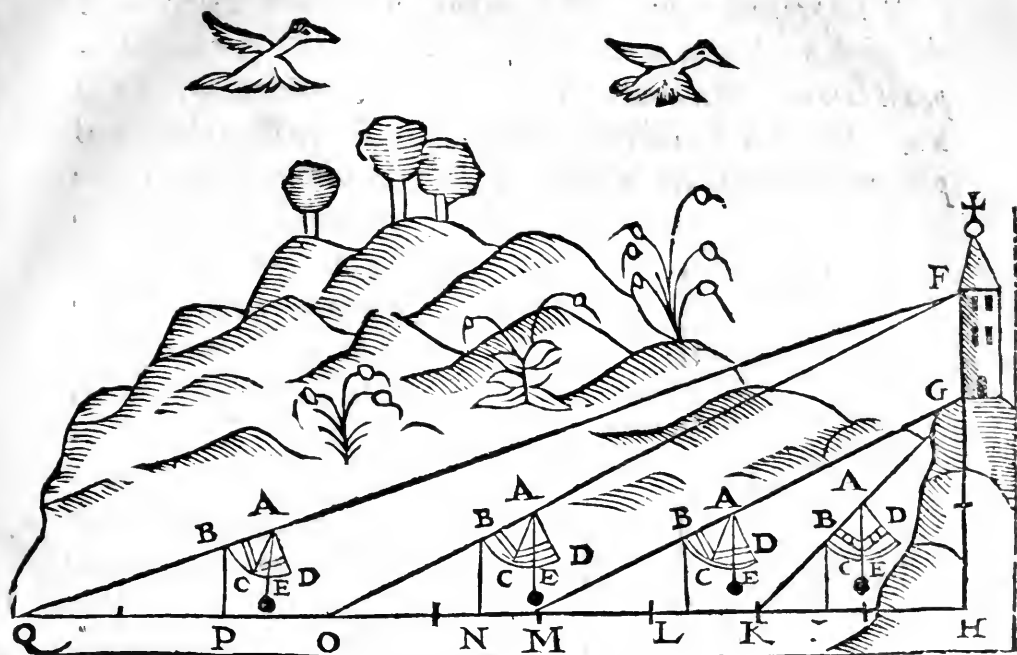
La ragione è, per la vgualità delli angoli de triangoli A B G, *et* A E F, *& de lati proportionali molte volte dimostri ne' passati Capitoli. Però non si replica.*

Come stando à piè di vn monte si misuri l'altezza d'vna torre posta in cima del monte. Cap. XVIII.

SIA la propostaci torre E F*, posta in cima del monte, chiamato* A E*, et noi col quadrante al piè del monte* A. *Bisogna prima trouare la lunghezza del pendio del monte* A E*, in quel modo, che si disse nel passato Capitolo. Il qual pẽdio presupponiamo di hauer trouato esser braccia* 18. *Fatto questo, pōgasi il quadrãte ritto sopra il termine* A*, uoltãdo il lato* A D*, et il lato* C D *all'vsato uerso la torre* E F*: alzisi dipoi, ò abbassisi la linda, talmente che per le mire si vegga la cima* F. *Dipoi non mouendo punto il quadrante, attachisi alla linda un filo, col piõbino, che caschi in qual parte si uoglia del lato* A D*, il qual filo per modo di essempio sia* G H*, che diuida esso lato* A D *nel punto* H*, & sia nel mezo fra* A *et* D. *Misurisi dipoi la parte del filo* G H *intrapreso dalla linda, & dal lato* A D*, distendendo la detta portione del filo* H C *sù per il lato* B C*, ò sù per il lato* C D*, Dicesi, che in quella proportione, che corrisponderà la intrapresa parte* A H*, alla parte del filo, che casca à piombo* G H*, corrisponderà ancora il pendio del monte* A E *all'altezza della torre* E F. *Seruaci per essempio, che* A H *sia* 30. *&* H G *sia* 15. *di quelle parti, che il lato del quadrante è* 60. *perche il* 30. *corrisponde al* 15. *per dua tanti, la lunghezza* A E *sarà ancora essa per dua tanti dell'altezza della torre* E F. *Et hauendo presupposto, che la lunghezza* A E *sia* 18. *braccia. l'altezza dunque* E F *propostaci sarà* 9. *braccia simili. Et se più chiaramente ne vorremo fare esperienza per la regola delle quattro proportionali, multiplichisi* 18. *per* 15. *ce ne verrà* 270. *ilche partito per* 30. *ce ne verrà* 9. *per parte,*

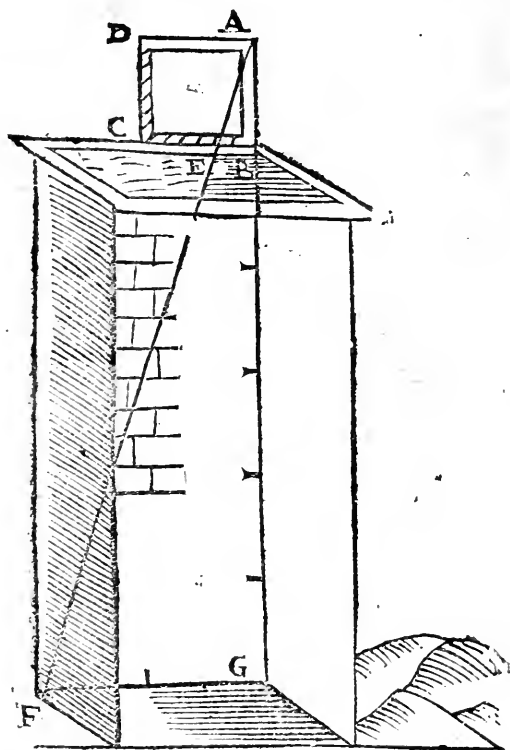
lequali

le quali cose si vedranno più chiare mediante il disegno, che poco lontano porremo in carta.

La ragione delle dette cose è: che i duoi triangoli AGH, *&* ABF, *sono fra loro di angoli uguali per la uentinouesima del primo, molte volte allegata. Et perche l'angolo* A H G *dal lato di dentro, & dalla medesima banda è vguale all'angolo* A E F, *accade per la quarta del sesto, che come* A H *corrisponde ad* H G, *cosi la* A E *corrisponde all'altezza* E F *della propostaci torre.*

Et se la detta torre fusse collocata sopra di vn monte, che fusse talmente scosceso, ò pieno de interrotti precipitij, che la non si potesse misurare nel passato modo, misureremola in quest' altro. Da vn piano conuicino al monte piglieremo prima l'altezza del monte: et dipoi l'altezza della torre, et del monte insieme, & raccolta dipoi l'vna, et l'altra, in quel modo, che si disse nel Cap. 8. bisogna trarre l'altezza del mõte dal raccolto del mõte, et della torre, che è sopra del monte, et ce ne rimarrà l'altezza della propostaci torre. Ilche per più chiarezza, essaminisi con l'vno quadrante, & con l'altro.

Sia la propostaci torre F G, *posta sopra il monte scosceso, et pieno di interrotti precipitij, ritta però à piombo. Arrecheremoci col nostro quadrante in vn piano posto all'intorno del monte, & piglieremo l'altezza del monte, secondo quella regola, che si disse nel decimo capitolo, con le due uedute. Seruaci per essempio del primo modo osseruato della ueduta il* K M, *et per il secondo* I L, *insieme con le linee* D I, & D L, *che caschino à piõbo dall'occhio* D *à terra, vguale ad essa altezza del monte* G H, & *l'vna, et l'altra sia per modo di essempio* 12. *canne. Essaminisi dipoi l'altezza* F H, *cioè l'altezza del monte* G H, & *della torre* G F *insieme, secondo la regola, che si disse nel decimo capitolo, Et sia ancora* O Q *secondo la prima osseruatione, ouero* N P *insieme con le linee à piombo* D N, *et* O P, *secondo la seconda osseruatione, vguale à detta* E H, *et l'vna, et l'altra sia canne* 18. *Traggasi finalmente l'altezza* G H *dell'altezza* F H, *cioè* 12. *canne delle* 18 *ci rimarrà la propostaci altezza della torre, essere canne* 6. *lequali cose tutte, tratte medesimamente dal decimo capitolo, insieme con la figura, che segue, si sono poste con euidentissima proportione, acciò seruino à dare l'essempio di quel, che si deue osseruare in dette cose, ò in altre simili.*

Come ſi miſurino le profondità de pozzi, ò altre profondità che caſchino à piombo. Cap. XIX.

EL miſurare i pozzi, ſi deue intendere la loro profondità eſſer quella, che è dalla ſpõda alla ſuperficie dell'acqua. Perche non penetrando la ueduta oltre l'acqua, et in eſſa ripercotendoſi, come in ſpecchio, nõ intendo di parlarne. auuertiſcaſi oltre di queſto, che non ſi poſſono miſurare ancora quei pozzi, che per la gran profondità loro, come ſpeſſo interuiene di quelli, che ſono ſopra i monti, non può l'occhio uedere i termini del fondo loro, cioè la ſuperficie dell'acqua. Ma quãdo ſono tali, che detta ſuperficie ſi diſcerna, faremo in queſto modo

Sia il propostoci pozzo di forma quadra B E F G, *la profondità del quale* B G, *ò* E F, *si habbi da misurare. Rizzisi il quadrante sopra il lato* B G, *per il diritto della faccia della sponda di esso pozzo* B E, *et il lato* A B *sia à dirittura di esso* B G. *Posto dipoi l'occhio al punto* A, *muouasi tãto la linda, che si vegga per amendue le mire il termine del fondo* F, *posto al trauerso del* B G. *Fatto questo, guardisi doue batte la linda nel lato del quadrante* B C, *dicasi, che batta nel punto* I. *Dicesi, che in quella proportione, che corrisponde la parte* H B *al lato* B A, *corrisponderà ancora il* G F, *cioè il* B E *(conciosia che e' sono vguali) alla propostaci lunghezza, ò profondità* A G. *Seruaci per essempio, che* B H *sia* 20. *di quelle parti, che il lato del quadrante è* 60. *Misurisi dipoi* B E, *che per modo di essempio dicasi, che sia braccia* 6. *sarà ancora braccia* 6. G F, *conciosia, che e' sono lati opposti, & corrispondentisi del parallelogramo, ouero quadrilungo* B E F G, *i quali, per la trentaquatresima del primo di Euclide, sono fra loro vguali. Multiplichisi adunque* 6. *per* 60. *& ce ne verrà* 360. *il qual numero partasi per* 20. *& ne haremo per ogni*

ogni parte 18. *sarà adunque* 18. *braccia la* A G, *dalle quali se si trarrà la* A B, *quale per modo di dire sia* 3. *braccia, troueremo la profondità del pozzo esser braccia* 15.

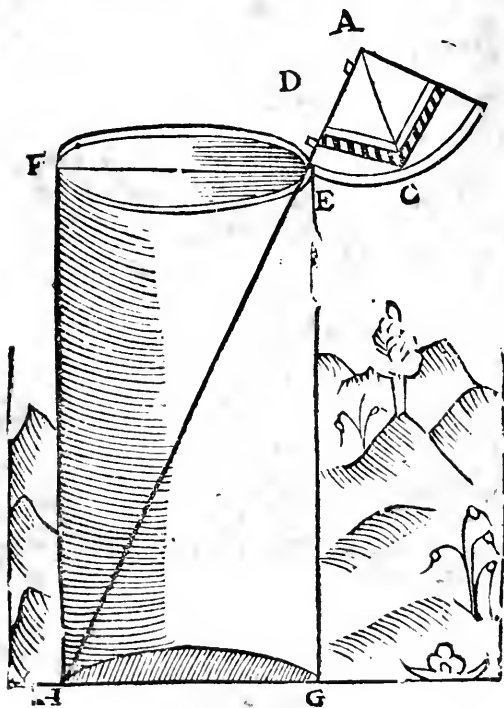
La ragione è, che i duoi triangoli A B H, *et* A G F, *sono fra loro di angoli vguali per la uentinouesima del primo di Euclide, & lo angolo* A B H *è vguale allo angolo* A G F (*conciosia che l'uno, & l'altro è retto*) *adunque per la quarta del sesto, auuiene, che si come* H B *corrisponde alla* A B, *così corrisponde la larghezza del pozzo* F G, *alla lunghezza* G A *composta di* B A, & G B.

Potrassi ancora saper il medesimo in questo altro modo. Misurisi H E, *et sia per modo di essēpio* 5. *braccia, multiplichinsi* 5. *per* 60 *ce ne uerrà* 300. *ilche partito per* 20. *ce ne uerrà* 15. *come prima.*

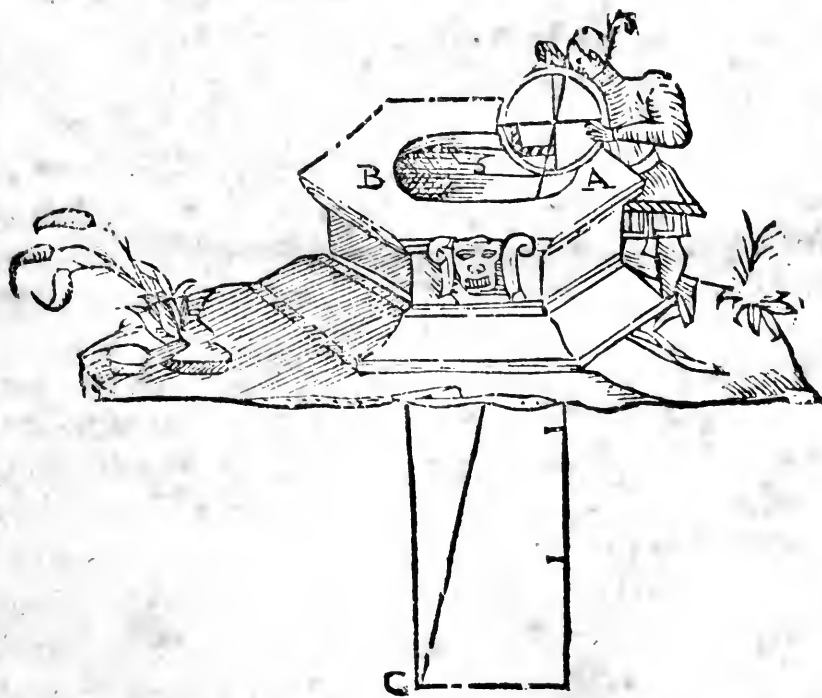
La ragione è, che i duoi triangoli A B H, & H E F, *sono medesimamente fra loro di angoli uguali, però che lo angolo* A H B *è vguale allo angolo* E H F, *postoli dirincontro, secondo la quintadecima del primo di Euclide, & medesimamente lo angolo retto* B, *è vguale all'angolo* E; *l'altro adunque* B A F *è vguale all'altro* H F E, *secondo la trentaduesima del primo. Onde per la quarta del sesto, come* H B *corrisponde alla* B A, *così corrisponde* H E *alla* E F, *vguale per la medesima ragione alla* B G.

Ma quando il pozzo fusse tondo, auuertiscasi il diametro della sponda del pozzo, et il resto si faccia come si è detto. Ma con l'altro quadrante in questo modo. Sia il pozzo tondo E F G H, *il diametro del quale sia* E F, *ouero la sua vguale* G H. *Accomodisi il quadrante alla sponda di detto pozzo talmente, che la fine del lato* A D *si congiunga con il punto* E: *alzisi dipoi, ò abbassisi il quadrante, lasciando sempre andare il piōbo libero, tāto, che per amendue le mire si uegga il termine del fōdo di detto pozzo al rincōtro* H. *Fatto q̄sto, sēza muouere pūto il quadrāte, guardisi doue batta*

il filo

il filo nel lato C D. Dicasi per essempio, che batta nel punto I. In quella proportione, che corrisponde la parte D I intrapresa dal filo, al lato D A, corrisponderà ancora la G H, ò la sua vguale E F, alla propostaci lunghezza della profondità. Misurisi adunque E F vguale à detta G H, qual sia per modo di essempio 9. braccia, & D I sia 6. di quelle parti, che tutto il lato del quadrante è 12. perche il 12. corrisponde al 6. per dua tanti, lo E G similmente sarà per dua tanti dello E F, ouero G H, vguale, come poco fà dicemmo alla E F. Multiplichinsi adunque 9. per 12. & ce ne uerrà 108. ilche partito per 6. ne viene 18. per parte; et tante braccia sarà la profondità E G propostaci. In tutte l'altre cose si opererà à corrispondentia.

La ragione è; che i duoi triãgoli ADI, et EGH, sono fra di loro di angoli uguali: perche lo angolo G E H, è uguale dal lato di dentro, et dalla medesima banda, allo angolo D A I, secondo la uẽtinouesima del primo di Euclide. Cõciosia che la diritta A H, taglia à trauerso la A I, et la E G, che sono parallele: et medesimamente lo angolo D è uguale, essendo retto, allo angolo retto G, secõdo la quarta dimanda. Il rimanente angolo adunque A I D è uguale all'altro

E H G, *per la trentaduesima del detto di Euclide. In quella proportione adunque, che corrisponde il lato* I D *al lato* D A, *corrisponderà ancora il lato* H G *al* G E, *secondo la quarta del sesto, conciosia che sono corde sotto ad angoli uguali.*

Questo medesimo faremo ancora con lo Astrolabio: perche poi che sapremo la larghezza del pozzo, sapremo ancora la profondità non con molta difficoltà. Sia la bocca del pozzo A B, *tre braccia, ò per dir meglio sei meze braccia uguale per larghezza, quanto è la.* D C, *& la sua profondità sia* AD. *Tengasi sospeso lo Astrolabio dal suo anello, & dirizisi la linda al* C, *et haremo dudi triangoli, l'uno* A C D, *& l'altro nello Astrolabio, come altra volta si è detto, &*

essendo

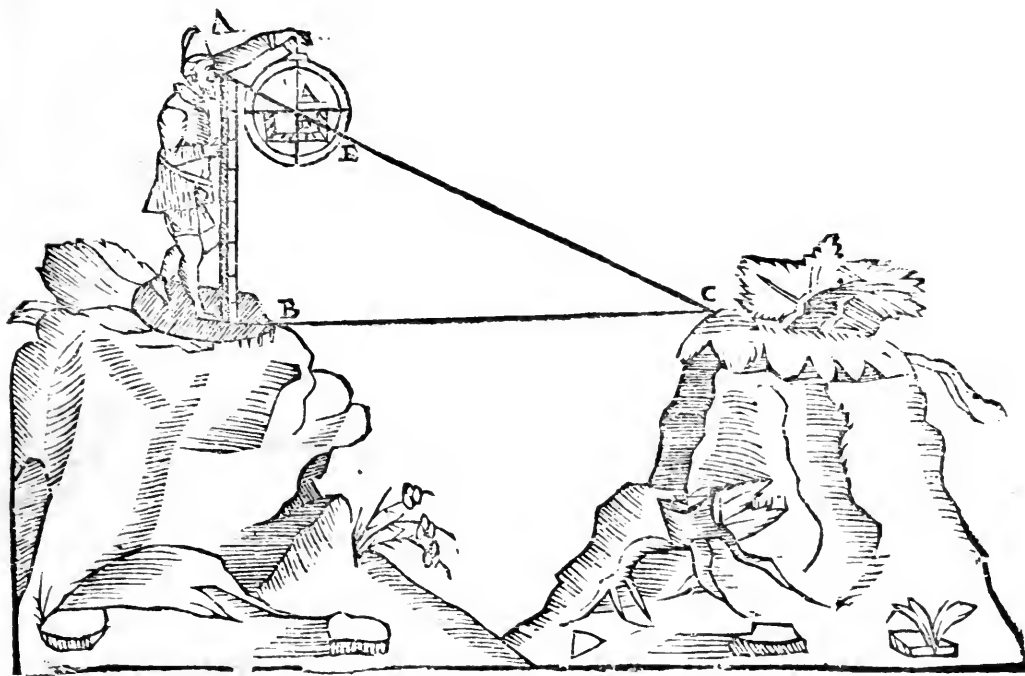
essendo i lati loro scambieuolmente fra loro proportionali, in quell'istesso modo, che le parti della scala intersegate dalla linda corrispondono all'intero lato di essa scala, così la A B, diametro del pozzo, et C D sua uguale, corrisponde alla sua profondità A D. Multiplichinsi adunque A B, cioè le sei meze braccia, per lo intero lato della scala, & partasi quel che ce ne viene per 3. che sono le parti intersegate dalla linda della ombra retta, & haremo 24. che son la profondità del pozzo, che andauamo cercando.

Come si misuri, così la larghezza, come la profondità delle valli, ò de fossi con il quadrante. Cap. XX.

SIA la propostaci valle da misurarsi D E F, ouero il fosso intorno alla muraglia, la larghezza da capo della quale sia D F, et la sua maggior profondità E G. Cerchisi prima di sapere la distantia D F, secondo la regola si dette nel principio del terzo capitolo di questo libro. La quale per modo di essempio, diciamo di hauere trouata 18. braccia, ò vuoi che sia per cinque uolte il lato del quadrante. Misurisi di nuouo il pendio della ualle, secondo quella regola, che dicemo nel 16. Cap. cioè la D E, tenendo ritto il quadrāte sopra il lato D C, et uoltato il lato B C all'usāza uerso il termine E, et sia il D E, per cinque uolte il lato di detto quadrāte. Dicesi che in quella stessa proportione, ancora il lato A B corrispōde per 5. tāti alla parte B H cōpresa dalla linda, et sia essa linea D E ꝑ maggior chiarezza 15. braccia. multiplichinsi 15. ꝑ se stesso, ne uerrà 225. Multiplichinsi dipoi ꝑ se stessa la metà della D F, cioè D G, che è braccia 9. ce ne uerrà 81. traggasi ultimamēte 81. di 225. et ce ne uerrà 144. la radice

quadrata, del qual numero è 12. *et tante braccia diremo, che sia la profondità* E G: *et conciosia che per la quarantasettesima del primo di Euclide, il quadrato, che si fà del lato* D E, *che è rincontro all'angolo retto* D E G *del triangolo* D E G, *è uguale à gli altri duoi quadrati, che si fanno de lati* D G, *&* G E, *che fanno lo angolo retto. Traendo adunque il quadrato* D G *del quadrato* D E, *ci rimane il quadrato* E G, *la radice del quale ci dà la lunghezza* E G. *Et queste cose bastino; perche non ci potrà occorrere figura alcuna di linee diritte, che non si possi con queste regole misurare.*

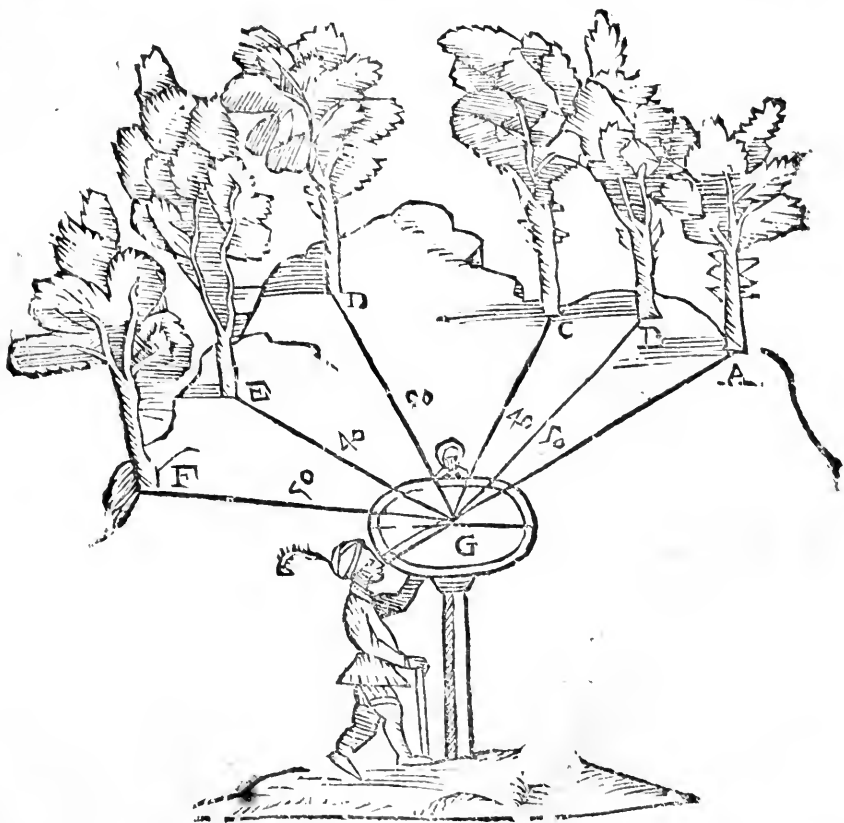
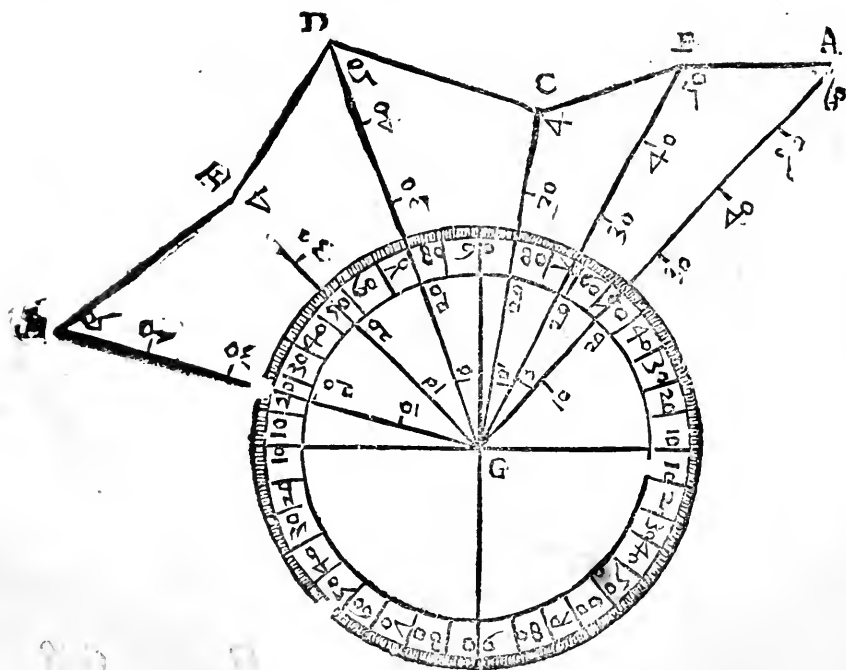
Questo si misurerà ancora con lo Astrolabio in questo modo con l'aiuto però della tua canna, ò asta, la quale se noi diuideremo dall'occhio nostro à terra in sei parti, che sieno per modo di dire, sei meze braccia fiorentine, quando bene nell'operare tu hauessi à stare alquanto più alto, che sul piano del terreno, per non esser tu dall'occhio à terra tre braccia à punto; et questo, perche dal diuider questa canna in sei parti, ce ne verranno manco rotti, nel far poi la tua ragione di abaco, i quali sogliono spesso arrecare confusione: & sia detta asta, ò canna A B, et lo spatio da misurarsi, sia ò fosso, ò ualle, ò fiume, sia B C. Posta poi la tua canna ritta à piombo, & sospeso da essa lo Astrolabio, & posto l'occhio alla A, talmente che la ueduta corra per amendue le mire della linda al punto E, che è la parte al rincontro della tua distantia. Considerinsi allhora le parti intersegate dalla linda, & siano sei dell'ombra versa: le quali riducendole, come si è insegnato, alle parti dell'ombra retta, le faremo 24. che abbraccieranno horamai vno intero lato della scala retta, & la distantia della veduta sieno ad A C. Saranno adunque le parti dell'ombra retta D E. Hora discorreremo in questo modo. Hauendo noi duoi triangoli, cioè A B C, & A D E, gli angoli de quali D & B, sono vguali (imperoche ei son retti) & l'angolo A, è commune all'vno, & all'altro. L'angolo C, & lo E, che rimangono per la trentaduesima del primo di Euclide, saranno medesimamente vguali. perilche, et i lati de triangoli saranno communi, & haranno di necessità, mediante la quarta del sesto di Euclide la medesima proportione. Adunque si come A D, intero lato della scala, corrisponde al lato D E, le parti cioè dell'ombra retta; cosi B A corrisponderà, cioè la lunghezza dell'asta alla B C, distantia del fiume, ò del fosso. Multiplichinsi adunque B E, 24. parti cioè dell'ombra retta, per A B, cioè per 6. che è la lunghezza

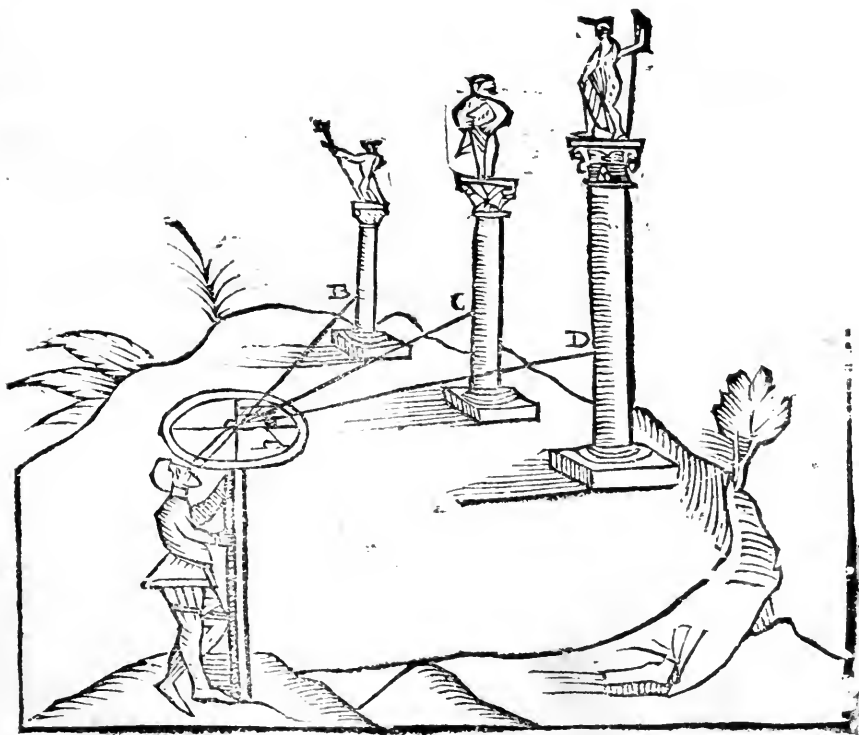
ghezza dell'asta, et ce ne verrà 144. Et diuidendosi questo numero per 12. che è lo intero lato della scala, ce ne verrà 12. che sarà la distantia, ò larghezza del fiume, ò del fosso, che noi andauamo cercando.

Come

Come si possino misurare di più cose poste in vn piano, come sarieno alberi, ò colonne, ò simili, le distantie, che sono fra te, & loro, & le distantie ancora che sono fra l'vna, & l'altra di esse colonne, ò alberi. Cap. XXI.

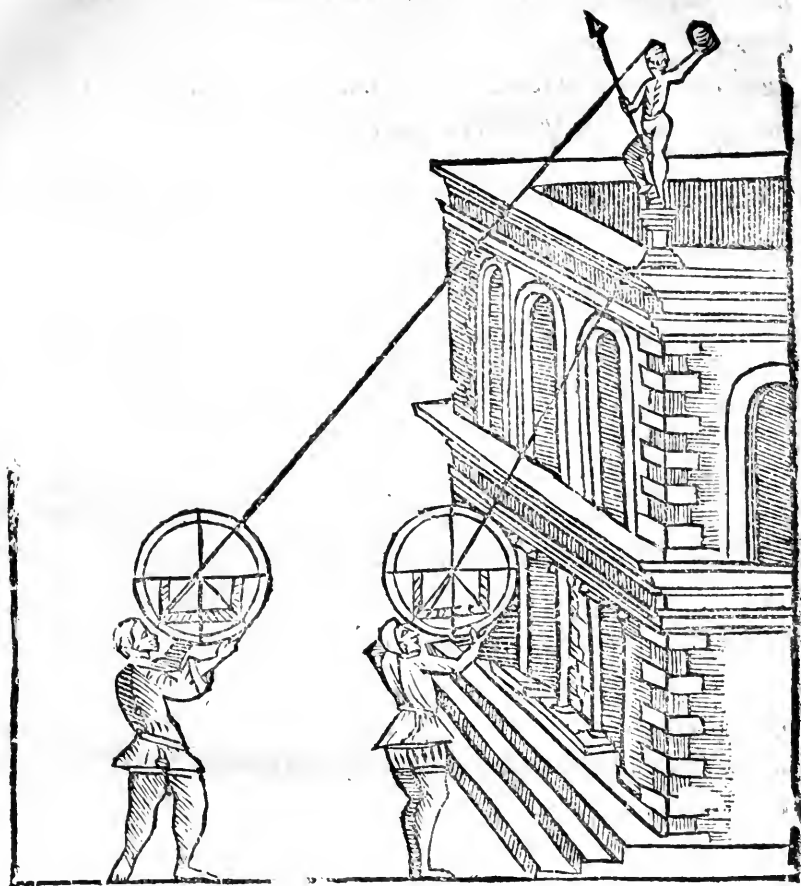
SIANO sei alberi ABCDEF, *de quali noi vogliamo pigliar le distantie, che sono fra essi, & noi, & le distantie ancora, che sono fra di loro. Fermeremoci nel punto* G *noi, et seruendoci della canna, ò asta piglisi la distantia, che è fra ciascun di essi, & noi, come si insegnò nel Cap.* 20. *& notinsi queste distantie come che si habbino à tenere à mente. Et per modo di essempio sia* GA, 60. *braccia,* GB, 50. GC, 40. GD, 50. GE, 40. *&* GF, 50. *& prese che haremo tutte queste distantie, adattisi lo instrumento in modo che venga à piano, come si adoperano le bussole, & il suo centro venga nel punto* G, *et fatto questo, senza muouer punto lo instrumento; dirizisi la linda allo* A, *& notisi il grado del cerchio de gradi di esso Astrolabio interse gato dalla linda, mentre che si vedrà per essa il detto albero* A. *Et pongasi da parte detto grado notato, & voltata poi la linda al l'albero* B, *si noti pur il grado doue batterà detta linda, et si faccia il medesimo del* CDEF. *Dicasi, che fra l'albero* A, *et l'albero* B, *siano compresi nell' Astrolabio* 20. *gradi. fra* B, *et* C, 15. *et fra* C, *et* D, 30. *et fra* D, *et* E, 25. *et vltimamente fra* E, *et* F, 30.

Disegnisi

Diſegniſi dipoi con le ſeſte ſopra un foglio, un cerchio grande à modo noſtro, ſcompartendolo in 360. parti, ò gradi; et il ſuo centro ſia G, *che rappreſenti il punto della poſitura, doue ſtette nell' operare lo Aſtrolabio, quãdo ſi preſono le diſtantie delli alberi. Da queſto pũto* G, *che haremo fatto ſul foglio, tiriſi una linea diritta, lũga à beneplacito noſtro, che ſia* G A; *et queſta diuidaſi in tãte parti fra loro uguali, quãte furono le braccia, che ſi trouarõ eſſere fra* G, & A, *quali preſupponemo che erano 60. Preſa dipoi la diſtantia de gradi, che noi trouammo eſſere nello Aſtrolabio fra* A, & B,

tirisi vna linea dal centro G, *la quale sarà* GB, *& uerrà all'albero* B, *& la diuideremo in* 50. *parti vguali, che sono comprese fra* GB. *Preso dipoi nello Astrolabio il numero de gradi, che era compreso infra* BC, *tirisi un'altra linea dal centro* G, *che sia* GC, *la quale diuidasi nella distantia delle sue braccia, che furno* 40. *Questo medesimo si faccia de gli altri alberi con la medesima regola, & tirinsi le lor linee dal centro* G, *à ciascuno di essi, et diuidinsi nelle distantie delle braccia. Vltimamente congiunghinsi insieme le teste di queste linee, cioè* AB, BC, CD, DE, EF, *con le linee, rette, & aperte le seste piglinsi le distantie fra l'vno albero, et l'altro, & trasportinsi nella distantia, che è fra il* G, *et lo* A, *et ueggasi quanto le seste abbracciano di quelle parti, che rappresentano le braccia, & si saprà per questa via quante braccia sieno fra l'vno, & l'altro di ciascun di essi alberi, che è quello, che si cercaua.*

Come si misurino le distantie di molte cose poste per lunghezza in vn filo in piano, trouandosene in alcun luogo lontano. Cap. XXII.

E DVE, ò più cose saranno fra loro lontane non per larghezza, ma per lũghezza, come le colõne, che fusser poste à filo, operassi quasi nel medesimo passato modo. Et per eßempio, siano tre colonne B C D, *& stiase fermo nella positura* A, *piglisi la prima cosa seruendosi dell'*

aiuto dell'asta, ò canna, la distantia A D *(come si insegnò) et nel medesimo modo, la distantia ancora* A C, *&* *la* AB; *dipoi hauendo prese queste distantie, traggasi la minore, cioè la* A C *dalla* A D, *&* *la* A B *dalla* A C; *&* *si trouerà facilissimamente, quanto ciascuna di esse colonne sia lontana dall'altra.*

Come si misurino le cose poste in luoghi alti, cioè finestre, capitelli di colonne, statue, & qual si voglia altra cosa ritta sopra qual si voglia altezza. Cap. XXIII.

M ISVRISI *la prima cosa l'altezza dello edificio, sopra il quale sarà collocata essa finestra, capitello, ò statua come già si insegnò nel Cap.* XVIII. *Et dipoi si rimisuri l'altezza della cima della statua insieme cō tutto lo edificio, &* *traggasi poi l'altezza della figura dalla altezza del tutto: &* *haremo la altezza della statua, che si cercaua, &* *l'altezza ancor dello edificio.*

Come

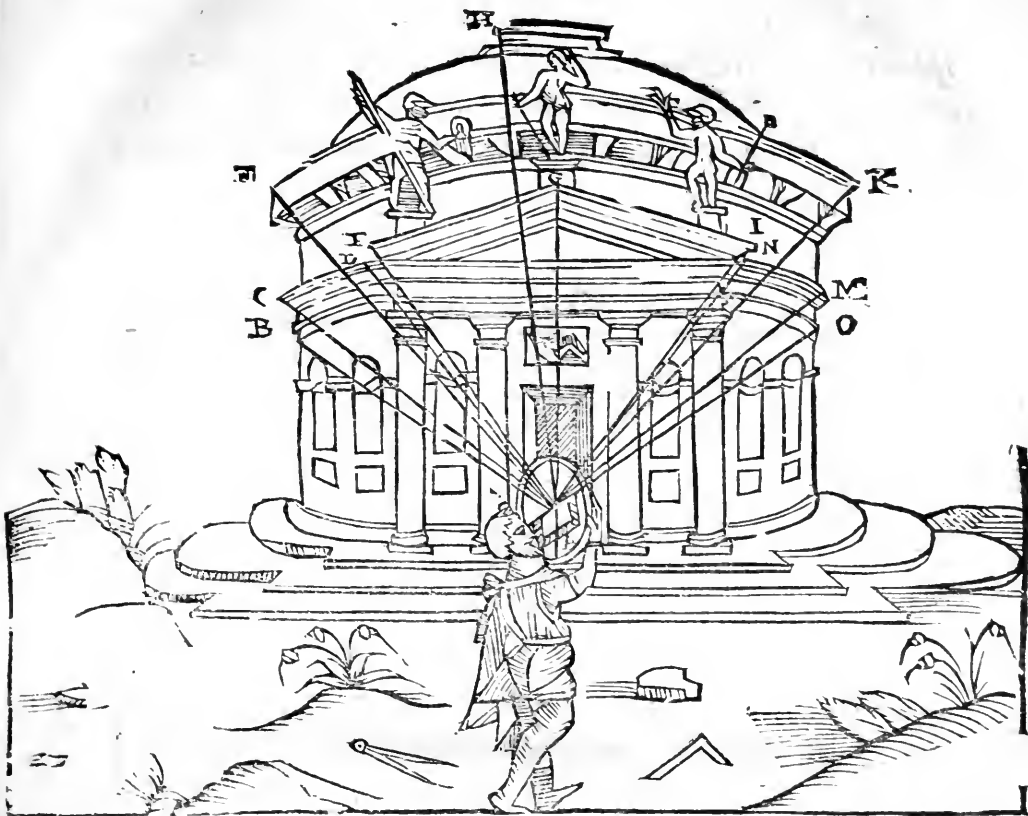
Come ſtando in terra ſi poſsa trouare vn punto, che à piombo corriſponda al punto di alcuna coſa collocata in alto. Cap. XXIIII.

S*OSPENDASI per lo anello lo Aſtrolabio, & dirizſi la linda à quel punto di ſopra, al quale noi vorremo trouar il punto di ſotto, che li corriſponda à piombo: et notato quello, ſenza muouere punto lo Aſtrolabio*

 nè

nè in quà, nè in là, abbassisi la linda verso la parte più bassa della medesima altezza, & dirizisi la ueduta per le mire, & quel punto, che per esse vedremo, sarà il punto da basso, che à piombo corrisponde al propostoci numero da alto.

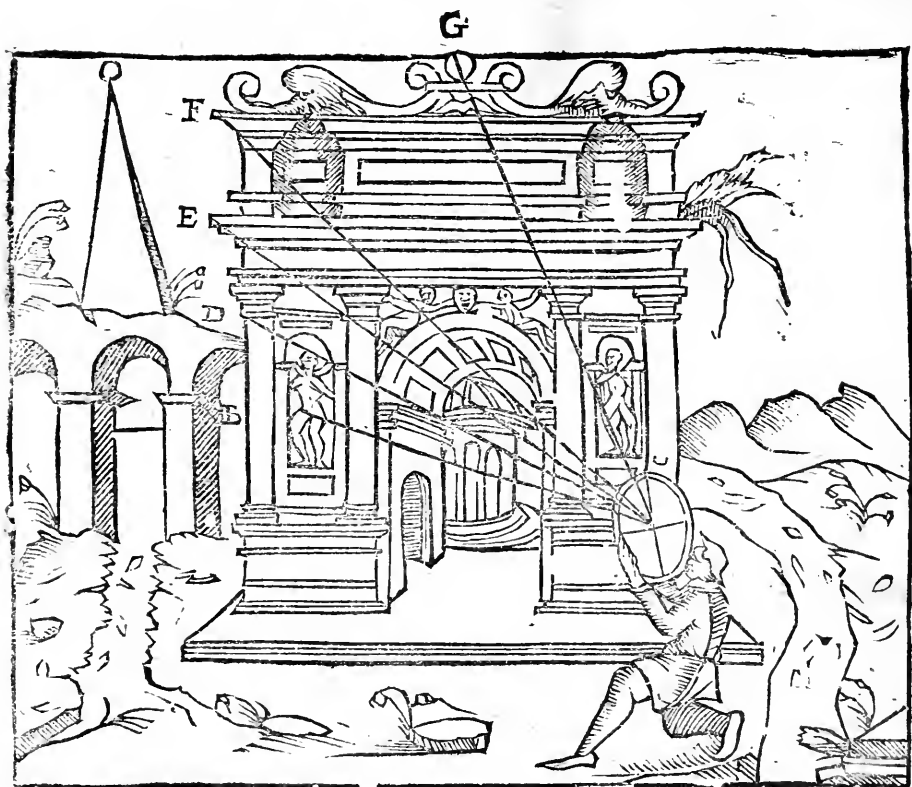
Come si possino misurare le distantie, che le cose collocate ad alto hanno fra di loro, et per altezza, & per larghezza. Cap. XXV.

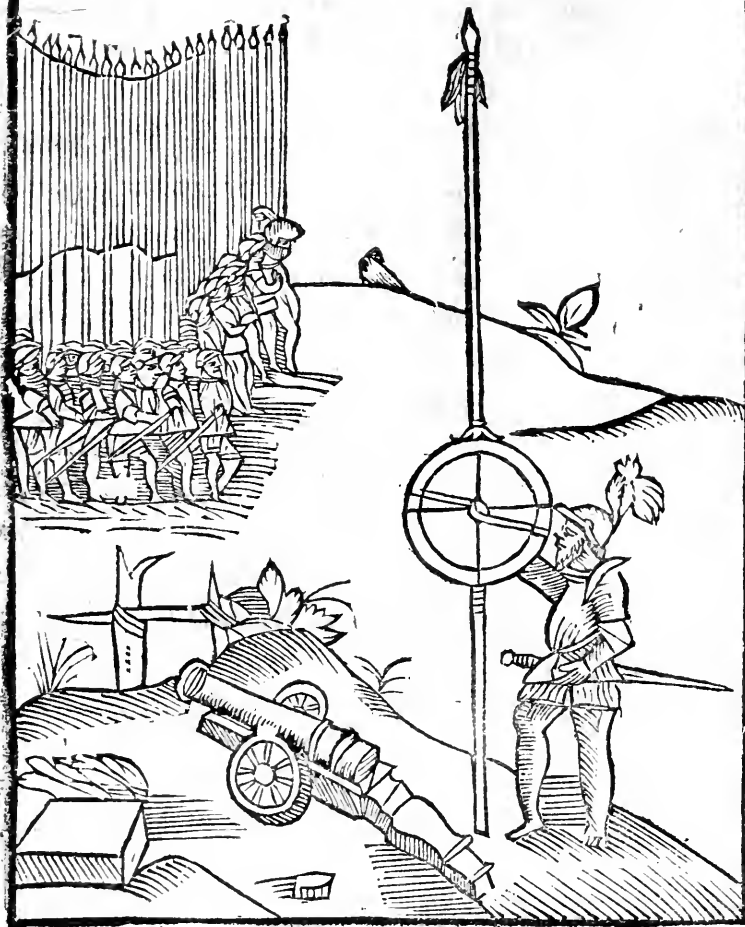
PRESA da qual si voglia luogo, nel quale altrui si ritruoui, la distantia di qual si voglia cosa, come si è insegnato con lo Astrolabio, come per modo di dire della A B, *&* C, *&* D, *& di* E F G, *& di* H Y, *& delle altre parti, quali ci occorrino di qualche Tempio Magnifico, et honorato. (ilche sarà cosa utilissima à gli Architettori, & à coloro, che si dilettano di mettere in pittura alcuna prospettiua) per hauere la intera notitia d'esse distantie già trouate delle cose che noi cerchiamo. Multiplichinsi in loro stesse quadratamente (ilche si farà senza molta difficoltà con l'aiuto della tauola delle radici quadrate, che porremo nel sesto libro) & cauisene la radice del numero quadrato, & così troueremo à punto la distantia di esse cose, come desiderauamo.*

Come

Come si misurino le distantie delle medesime cose poste ad alto, cioè quando elle sieno per larghezza l'vna lontana dall'altra, molto più facilmente se il luogo sarà tale, che vi si possa accostare. Cap. XXVI.

SOSPESO per l'anello à qualche cosa stabile lo Astrolabio, acciò che non si muoua, dirizisi la linda dalla A *al* B, *per star pur nel medesimo essempio, dipoi al* CDEFGHY, *& finalmente quanti segni, ò termini si voglino, & procurisi di*

 notare

notare in quel modo, che si è insegnato esattamente il punto del piombo da basso, che segno per segno, ò termine per termine corrisponde à tutti i segni, ò termini notati da alto: a i quali all'hora accostandoci, misurinsi con braccia, ò palmi, ò lire, ò soldi (non ostante, che il piano non sia cosi commodo) gli interualli, che saranno fra ciascun di loro.

Come si possa ritrouare, se alcuna cosa che sia in moto, ti si appressi, ò ti si allontani, come armate di mare, ò esserciti di terra, ò simili, cosa utilissima à Generali delli esserciti. Cap. XXVII.

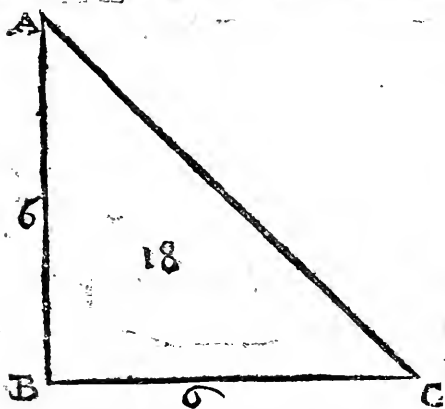
E COSE che sono in moto per lunghezza, quando elle sono molto lontane, ci ingannano spesso mediante la debolezza della veduta, et malageuolmente si discerne se ci si appressano, ò se ci si allontanano. Però sarà cosa utile per potersi risoluere, ò di perseguitare lo essercito dell'inimico quando se ne andasse, ò di far le tue preparationi per aspettarlo quando uenisse ad affrontarti. Sospeso adunque lo Astrolabio da una picca, ò da altra asta, acciò stia più fermo, dirizisi la linda allo inimico, et poco dopò senza mutar punto nè la linda, nè lo Astrolabio tornisi à riguardarlo per le medesime mire, et subito vedrassi se ci si è appressato, ò allontanato. Perche se senza muouer lo Astrolabio, nè la linda, vedremo per le medesime mire l'essercito inimico più volte, si conoscerà, che non ci si auicina, nè allontana: ma ch'egli stà fermo.

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

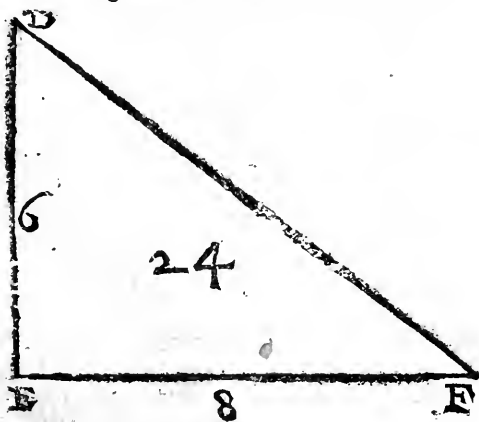
DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO SECONDO.

Come si misuri vna superficie di vn triangolo retto, che hà duoi lati vguali. Cap. I.

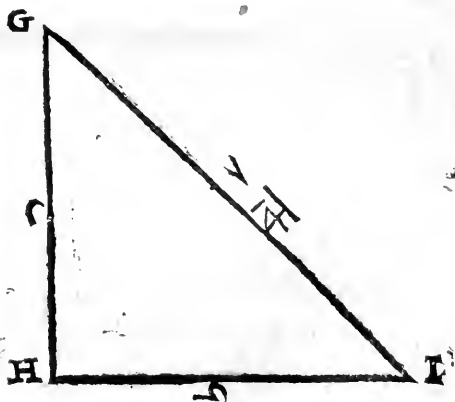
NFRA tutte le superficie, che ci possono occorrere da misurarsi, pare che si attribuisca il primo luogo al triangolo, atteso che non si può chiudere superficie alcuna da manco linee, che da tre. Et de triangoli ne sono alcuni, che hanno un'angolo retto; perilche si chiamano rettangoli Alcuni altri hanno tutti à tre gli angoli acuti, chiamati da Greci, & da Latini Oxigonij, i quali noi potremo chiamare di angoli sotto squadra, ò acuti. Alcuni altri ancora ne sono, che hanno un'angolo Ottuso, i quali noi potremo chiamare triangoli cõ angoli sopra à squadra. Tratteremo adunque primieramente de triangoli retti. Secondariamente delli Acuti, et vltimamente delli Ottusi, ò sopra squadra. De triangoli retti ne sono alcuni di duoi lati vguali, & alcuni, che hanno tutti à tre i lati disuguali. Dicasi prima di quelli, che hanno duoi lati vguali, i quali si misurino in questo modo. Misurisi vno de suoi lati vguali, et multiplichisi per se stesso, & la metà di tale multiplicato, sarà il numero delle braccia di detto triangolo; ouero multiplichisi uno de lati uguali, per la metà dell'altro à lui vguale, che sarà il medesimo. Ma per maggior' dichiaratione dicasi, che il triangolo rettangolo sia A B C, *i*

lati del quale AB, *et* BC, *siano uguali, che nel punto* B, *fanno l'angolo retto, et sia ciascuno di questi lati braccia 6. se si multiplica 6. uie 6. ce ne uerrà 36. ilqual numero diuiso per due ci resterà 18. dicesi il campo detto in triangolo rettangolo di lati uguali esser 18. braccia: ouero diuidasi* BC *in due parti, l'una delle quali sarà 3. & multiplichisi poi questa parte per il lato intero* AB, *che è 6. si uede che 3. uie 6. fà 18. talche nell'un modo, et nell'altro haremo, che il propostoci triangolo è 18. braccia à punto.*

Del triangolo retto, di lati disuguali. Cap. II.

VESTA passata regola serue à misurare ancora i triangoli retti di lati disuguali; conciosia che se si misureranno i duoi lati, che concorrono à far' l'angolo retto; et si multiplicheranno l'un per l'altro, la metà del multiplicato sarà la quantità delle braccia del detto triãgolo. Seruaci per essempio, che il triangolo retto di lati disuguali sia DEF, *& l'angolo retto sia* E, *et* DE *sia braccia 6.* EF *braccia 8. multiplichinsi 6. uie 8. farà 48 ilche partasi per dua, ce ne uerrà 24. che tãte braccia sarà detto triangolo propostoci, ouero multiplichisi il*

3. che

3. che è la metà del 6. per 8. & ce ne verrà pure medesimamente 24. che è il numero delle braccia di detto campo, ò triangolo.

Come si troui la quantità de lati vguali di vn triangolo con angolo retto, dato che sappiamo, quante braccia è il lato, che è rincontro all'angolo retto; ò come si trouino le braccia di detto lato, sapute le braccia delli altri duoi lati. Cap. III.

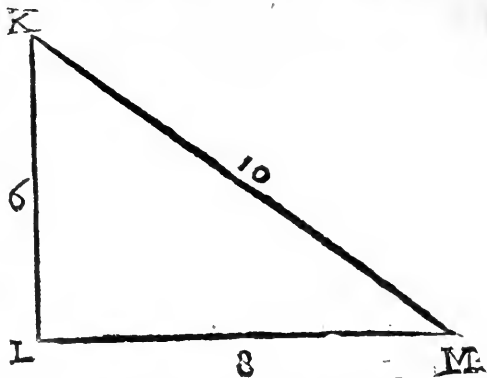
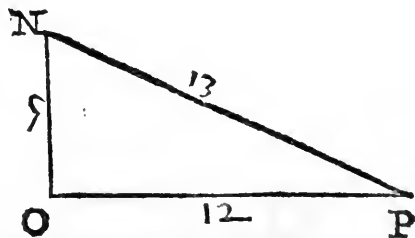
SE PER qual si uoglia cagione ci bisognasse, saputo quante braccia fusse il lato del triãgolo, che è posto rincõtro all' angolo retto, sapere le braccia de gli altri duoi lati uguali, che cõcorrono à fare detto angolo retto; faremo in questa maniera. Multiplichisi il lato à noi già noto per se stesso, et di tale multiplicato piglisi la metà; & di questa metà cauisi la radice quadrata, la quale ci darà le braccia dell' uno, et dell' altro lato, che cercauamo. Et seruaci per essempio, che il propostoci triãgolo sia GHI, *del quale il lato* GI *sia quello, che è rincontro all' angolo retto, & sia braccia* $7.\frac{1}{14}$ *à noi già note, multiplichisi questo numero in se stesso, che ci darà braccia 50. piglisene dipoi la metà, cioè 25. & la radice quadrata di 25. è 5. dicesi adunque che ciascũ de lati uguali, che cõcorrono à far l' ango-*

angolo retto, cioè G H, *&* H I *sono braccia 5. per vno.*

Et se per il contrario, posto che noi hauessimo notitia de lati G H, *&* H I, *& ci bisognasse sapere quante braccia è l'altro, che è rincontro all'angolo retto, multiplichisi il numero 5. per se stesso di* G H, *& ci darà 25. & cosi quello di* H I, *che ci darà pur'ancor'esso 25. i quali numeri raccolti insieme ci daranno 50. dicesi che se si cercherà la radice quadrata di 50. trouerãno, che ella è 7 $\frac{1}{14}$ che sarà à punto il numero delle braccia del lato* G I, *che è posto rincontro all'angolo retto. Conciosia che per la quarantasettesima del primo di Euclide, ne' triangoli di angoli retti, quel quadrato, che si fà del lato posto rincontro all'angolo retto, è vguale à i duoi quadrati; che si fanno de gli altri duoi lati, che concorrono à fare l'angolo retto, & cosi per il contrario.*

Come propostoci vn lato si possa fare vn triangolo rettangolo di lati proportionali. Cap. IIII.

P*ROPOSTOCI vn lato, se vorremo fare un triangolo rettãgolo di lati proportionali, faremo in questo modo. Considerisi prima, se il propostoci lato è di braccia, che siano, ò in pari, ò in casso: et per essẽpio trattisi prima di quello, che è di braccia pari, et dicasi che il propostoci lato sia* K L, *et sia braccia 6. diuidasi il 6. in due parti, ce ne viene 3. il qual 3. multiplichisi per se steßo, ce ne verrà 9. del qual numero traggasene uno, ci resterà 8. Dicesi che questo 8 sarà il lato di* L M, *proportionale al* K L, *che concorre con esso à far' l'angolo retto. Et se si aggiũgerà à questo 8. un 2. dicesi che questo nu. 10 sarà l'altro lato proportionale à gli altri duoi, posto rincõtro all'angolo retto del triangolo* K L M. *Et se sapendo, quante braccia sia il*

lato

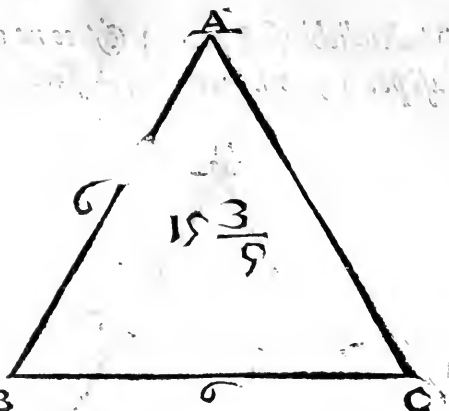
lato K L, & *il* K M *riscontro all'angolo retto, et ci bisognasse sapere mediante questi, quante braccia fusse* L M, *multiplichisi il 6. in se stesso, che ci darà 36. & il 10. ancora in se stesso, che ci darà 100. traggasi poi 36. di 100. ci rimarrà 64. la radice quadrata del quale sarà 8. adunque tante saranno le braccia del lato* L M *come erano prima, & se saputo quante braccia sia* K M, *et* M L, *ci bisognasse sapere mediante questi duoi lati, quante braccia sia* K L, *multiplichinsi in se stesse le 8. braccia di* M L, *che ci daranno 64. & il simile faremo di* K M, *che è 10. & ci darà 100. traggasi poi il 64. di 100. ce ne resterà 36. la radice quadrata del quale è 6. sarà adunque il lato à piombo* K L *braccia 6.*

Ma quando ci fusse proposto vn lato, che fusse di braccia in numero casso, come per essempio sarebbe il lato N O, *che fusse braccia 5. & hauessimo à fare vn triangolo rettangolo di lati disuguali, ma proportionali, faccisi in questa maniera. Multiplichisi questo lato 5. in se stesso, ci darà 25. del qual 25. traggasene uno, ce ne resterà 24. dicesi che la metà di questo 24. che è 12. sarà il numero delle braccia*

braccia del lato O P, *proportionato allo* N O, *et che seco concorre à far l'angolo retto. Et se à questo numero* 12. *si aggiungerà* 1. *diuẽterà* 13. *che sarà il numero delle braccia del lato* N P *proportionale à gli altri duoi, che con esso fanno il triangolo rettangolo di lati disuguali* N O P: *&* *è la medesima ragione quella del lato del triangolo* N O P, *anzi di tutti gli altri triangoli, che hanno lati disuguali, saputo; che haremo duoi lati, in cercar del terzo, che quella, che poco fà habbiamo detto del triangolo* K L M, *et per via di essempio, discorsa, secondo la quarantasettesima del primo di Euclide, donde l'habbiamo cauata.*

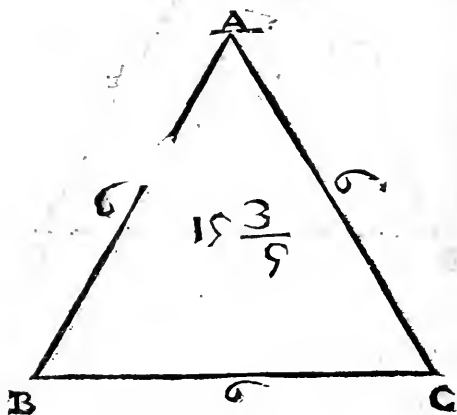
Come si misurino i triangoli d'angoli sotto squadra, ò acuti, & del modo di ritrouar'i lati l'vn per l'altro.

Cap. V.

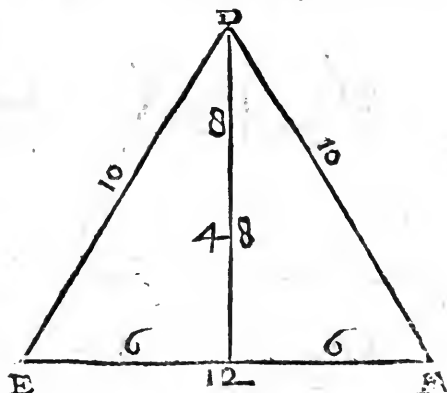
I TRIANGOLI, *che ci si poßono offerire, che habbino tre angoli acuti; sono di tre sorte, ò di tre lati vguali, ò di duoi uguali, et il terzo disuguale, ò di tre lati disuguali: et si possono misurare in uarij modi, de quali habbiamo scelti li più facili, et i più certi. Sia il primo de triangoli acuti, et di lati vguali, del quale vogliamo sapere la pianta. Multiplichisi uno di questi lati in se steßo, et quel che ne viene si multiplichi un'altra uolta per* 13. *et quel che ne risulta si parta per* 30. *Dicesi, che ne verrà vn numero, che sarà la quantità delle braccia del propostoci campo, ò triangolo, et per maggior chiarezza eccone l'eßempio. Sia il detto triãgolo di lati uguali, et d'angoli acuti, del quale qual si voglia de lati uguali sia* 6. *braccia multiplicato questo numero in se steßo, ci darà* 36. *il qual* 36. *rimultiplicato per* 13. *ci darà* 468. *il che partito per* 30. *ce ne verrà* 15 $\frac{18}{30}$.

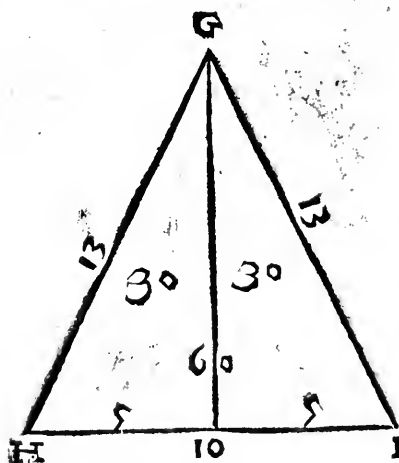
per

per parte, i quali $\frac{18}{32}$ sono $\frac{3}{5}$ d'vno intero, adũque 15.$\frac{3}{5}$ sarà la pianta del proposto-ci triangolo A B C. *Et se questa pianta si multiplicherà per 30. et si partirà quel che ce ne verrà per 13. la sua radice quadrata, che ce ne verrebbe, sarebbe il numero delle braccia di qual s'è l'vno de lati uguali: et seruaci per essempio. Multiplichisi le braccia 15. & $\frac{3}{5}$ per 30. et ce ne verrà 468 perciochè del multiplicato di 15. in 30. ne uiene 450. et del multiplicato di $\frac{3}{5}$ in 30. ne uiene $\frac{90}{5}$, che sono 18. interi, i quali aggiunti al 450. fanno la somma 468. il qual numero diuiso per 13. ci darà per ciascuna parte 36. la radice quadrata del quale 36. è 6. il qual nu. delle brac. è q̃l di qual si uoglia lato del triangolo* A B C, *come da principio dicemmo.*

Puossi ancora per altra uia trouare il numero delle braccia della pianta, ò spazzo di detto triangolo di lati uguali; seruẽdoci della linea, che partendosi da qual angolo si uoglia caschi à piõbo sopra il mezo del lato, che sotto li sia disteso; la qual linea a piõbo si ritroua in questo modo. Multiplichisi uno di questi lati uguali per 13. & diuidasi poi il multiplicato per 15. ciascuna di quelle parti, che ce ne verrà, sarà il numero delle braccia di questa linea a piombo. Et per sapere mediãte questa linea, quãto sia tutta la pianta, multiplichisi la quãtità di detta linea per la metà d'un qual si uoglia lato del triangolo, & quel che ce ne uerrà, sarà la quantità della pianta, ò spazzo di esso triangolo. Seruaci per essempio, che ciascuno lato del detto triangolo A B C, *sia medesimamente braccia 6.*

Multiplichinsi 6.per 13 & ce ne uerrà 78.il qual numero diuidasi per 15.ce ne uerrà 5.$\frac{1}{5}$.sarà adunque la linea à piombo, che per modo di essempio cadrà dall'angolo A, nel mezo della basa BC braccia 5$\frac{1}{5}$ il qual numero se si multiplicherà per 3.cioè per mezo il lato del triangolo, ci darà 15$\frac{1}{5}$ che fù il numero delle braccia, che trouammo esser secondo il primo modo la piãta del triangolo. Et se noi uorremo mediante questa linea à piombo sapere quante braccia sieno essi lati, multiplichisi essa à piombo per 15.et quel che ce ne risulta partasi per 13.& quel che ce ne uerrà per parte sarà à punto la quantità delle braccia di qual si uoglia lato. Et seruaci per essempio la poco fà trouata linea à piõbo, che fù 5.$\frac{1}{5}$ la quale multiplicata per 5.ci darà 78.perciochè 5.uie 15.fà 75.& $\frac{1}{5}$ uie 15.fà $\frac{15}{5}$ che sono 3.interi, quali aggiunti à 75.fanno 78.il quale 78.partendolo per 13.ci darà per ciascuna parte 6.braccia, come poco fà si dimostrò mediante la pianta. Trouansi da lati le braccia della pianta, & dalla pianta le braccia de lati, et similmente da essi lati le braccia della linea del piombo, & da lei le braccia della pianta, & le braccia de lati.

Come

Come si misurino i campi in triangolo di tre angoli acuti, & di duoi lati vguali, & vn disuguale. Cap. VI.

TRIANGOLI acuti, che hanno duoi lati vguali, & vno disuguale, si misurano in questo modo. Multiplichisi la meta della sua basa in se stessa, & serbisi da parte tal multiplicato; dipoi si multiplichi ancora vno de suoi lati vguali in se steßo: & traggasi dal multiplicato di questo lato il multiplicato della metà della basa, & trouisi la radice quadrata di quel che ce ne resta, la quale ci darà à punto la quãtità della linea à piõbo: la quale se noi multiplicheremo per la metà della basa, haremo la quãtità dello spazzo del triãgolo detto di duoi lati uguali, et tre angoli acuti. Et seruaci per essempio, che il detto triangolo sia DEF; *i duoi lati del quale* DE, & DF, *sono fra loro vguali, & di braccia* 10. *l'vno; & la basa, ouero l'altro lato disuguale, sia braccia* 12. *Multiplichisi adunque la metà della basa, che sarà braccia* 6. *in se stessa, & ci darà* 36. *& oltra questo multiplichisi ancora un lato de gli vguali, che sarà* 10. *& ce ne verrà* 100. *del quale* 100. *se ne trarremo* 36. *ce ne resterà* 64. *la radice del quale* 64. *è* 8. *et tante braccia sarà la linea à piombo, che dall'angolo* D *cascò in su la basa* EF. *Multiplichisi dipoi questo* 8. *per la metà della basa, che sarà* 6 *& ce ne*

verrà 48.il qual 48.sarà à punto il numero delle braccia dello spazzo,ò vogliamo dire pianta del nostro triangolo di tutti li angoli acuti,& di duoi lati vguali.

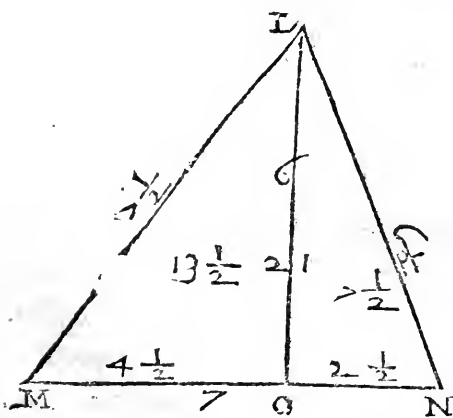
Non voglio,che mi paia fatica il dare un'altro essempio di un'altro triangolo simile,pur di angoli acuti,& di duoi lati vguali, che sia GHI,la basa del quale sia braccia 10. & ciascuno de lati vguali sia brac. 13.se noi uorremo ritrouare lo spazzo,ò la piãta, multiplichisi la prima cosa la metà della basa in se stessa,che è 5.et ce ne uerrà 25.& dipoi pur si multiplichi uno de suoi lati uguali che è 13.in se stesso,et ci darà 169.dal quale traggasi il 25.ce ne resterà 144.la radice quadrata del qual numero sarà braccia 12. il qual numero sarà la quantità delle braccia della linea a piombo, che dall'angolo G, cadrà à punto in sul mezo della basa HI. Et se mediante questa linea à piõbo uolessimo trouare quante braccia sia lo spazzo,ò pianta di esso triã golo, multiplichisi la metà della basa,che è 5. per 12. che sono le braccia della linea a piombo, & ce ne verrà 60.numero à punto delle braccia dello spazzo,ò della pianta del detto triangolo GHI; & se finalmente noi piglieremo la metà di questo 60.che è 30. haremo la quantità dell'uno; & dell'altro triangolo ad angolo retto,che insieme fanno il triangolo di duoi lati vguali GHI.

Come

Come si misuri vn campo, ouero vn triangolo, che habbi tre angoli acuti, & tre lati disuguali. Cap. VII.

NEL voler misurare vn campo si fatto, ci bisogna la prima cosa cercare della linea à piombo, la quale troueremo in questo modo. Multiplichisi ciascuno de lati in se stesso; et serbinsi da parte i loro multiplicati. Raccolgasi dipoi il multiplicato della basa; & del destro lato insieme, et quel che ce ne risulta, traggasi il lato sinistro, cioè il suo multiplicato, et di quel, che ci resta, piglisi la metà, et partasi per il numero della basa, et quel che ce ne uerrà, sarà il numero della parte destra della basa, sopra la quale debbe cadere la linea à piombo. Multiplichisi adunque questa diuisione destra in se stessa: et traggasi quel ce ne viene, da qual ci viene del multiplicato del lato destro, & di quel ci resta piglisi la radice quadrata, la quale ci darà la quantità della à piombo.

O veramente faremo in quest'altro modo, raccolti insieme i numeri multiplicati in loro stessi, & della basa, & del lato sinistro, traggasi da quel ce ne risulta il multiplicato in se stesso del lato destro; et la metà di quel ce ne uiene; si diuida per il numero della basa, et di quella rata, che ce ne uerrà, ci darà la quãtità delle braccia del lato sinistro, doue si hà a diuidere la basa, cioè doue à punto debbe cadere la linea à piombo ad angoli retti sopra detta basa. Se questa diuisione finalmẽte si multiplicherà ꝑ se stessa, et quel ce ne uiene; si trarrà del multiplicato in se stesso del lato sinistro, ce ne resterà un nu. la radice quadrata del quale sarà la quãtità delle braccia della linea à piõbo. Poi che adũque in qual l'vno si uoglia di questi modi haremo notitia della linea à piõbo; se noi la multiplicheremo per la metà della basa, haremo precisamẽte la quãtità

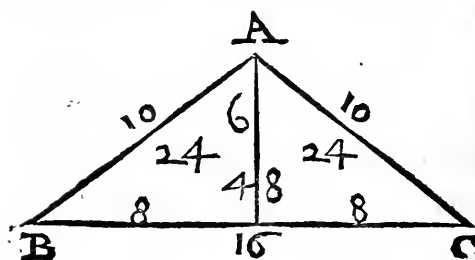
delle braccia del campo, ò del triangolo di tre lati disuguali, & di tre angoli acuti, come ci proponemmo.

Ma seruaci per essempio, che questo triangolo di lati disuguali, et di angoli acuti, sia L M N: del quale il lato sinistro L M, sia braccia 6. $\frac{1}{2}$ et il lato destro L N, sia braccia 7. e mezo, et la basa M N sia braccia 7. à pũto, multiplichinsi le braccia 6. e mezo, del lato sinistro in se stesso, et ci daranno 42. Multiplichisi dipoi il 7. e mezo del lato destro in se stesso, & ci darà 56. Oltre di questo multiplichisi la basa, che è 7. et ce ne uerrà 49. Raccolgasi dipoi il 56. et il 49. insieme, et ce verrà 105. dal quale se trarremo il 42. ce ne resterà 63 la metà del qual numero è 31. e mezo: il qual numero partendosi per 7. che è il numero della basa, ce ne uerrà 4. e mezo, le quali sarãno le braccia della parte destra della basa segnata N O diuisa dalla parte sinistra sul punto O, doue la linea L debbe cader à piombo. Multiplichisi di nuouo il 4. e mezo, in se stesso, et ce ne verrà 20. il qual 20. se lo trarremo dal 56. ce ne resterà 36. la radice quadrata del quale sarà 6. che sarà la quantità delle braccia della linea à piombo L O, che andauamo cercando. Trouasi ancora essa linea del piombo in vn'altro modo. Raccolgasi insieme 42. et 49. che fa 91. dal qual numero traggasi 56. et ce ne resterà 35. la metà del qual numero è 17. e mezo, il qual numero diuiso per la basa, che fà 7. ci darà per ciascuna parte 2. e mezo,

che

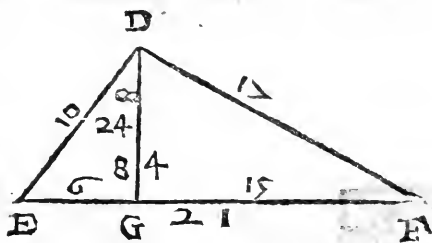
che ſono la quantità delle braccia del lato manco della baſa MO; ſe ſi multiplicherà adũque queſto 2. e mezo, in ſe steſso, ſi darà 6. il qual 6. tratto dal 42. ce ne reſterà 36. la radice del quale 36. è 6. che è pure la medeſima quantità delle braccia della linea à piõbo. Multiplichiſi ultimamente questa linea à piombo già trouata 6. per 3. e mezo, ch'è la metà della baſa, et ce ne verrà 21. il qual 21. è la quantità delle braccia del noſtro campo in triãgolo di tre angoli acuti, & di tre lati diſuguali, che da prima ci proponemmo ſegnato LMN. Mediante le coſe dette, ne ſeguita, che faciliſſimamente ſappiamo la quantità apparata dell'vno, ò dell'altro triangolo LMO, et LON ſeparatamente. Perche ſe noi multiplicheremo la metà della linea à piombo LO, che è 3. per la parte ſiniſtra della baſa, che è OM, cioè per 2. e mezo, ce ne verrà lo ſpazzo del triangolo LMO, che è braccia 7. $\frac{1}{2}$ il qual numero tratto dal tutto dello ſpazzo del triangolo, che è 21. ce ne reſterà lo ſpazzo del trianlo LON, che ſarà 13. $\frac{1}{2}$. Ouero multiplicato il 3. cioè la metà della linea à piõbo, per 4. e mezo, che è la parte della baſa ON, ce ne uerrà 13. e mezo, che è medeſimamente la quantità dello ſpazzo del detto triangolo LON, il qual tratto da 21. ci darà 7. e mezo, che è lo ſpazzo del triangolo LMO: & il ſimile ſi può fare delli altri triangoli ſimili.

De triangoli, con lo angolo ſopra ſquadra, come ſi miſuri vn triangolo ſopra ſquadra, che hà duoi lati vguali, Cap. VIII.

I TRIANGOLI di angolo ottuſo, ò ſopra ſquadra ſono ſolamente di due ſorti, ò eſſi hanno duoi lati vguali, ouero tre diſuguali. Quello, che harà duoi lati uguali, ſi miſura in quel medeſimo modo, che ſi miſurò il trian-

golo di tre lati acuti, et duoi lati vguali, come si disse nel capitolo sesto di questo libro. Conciosia che la prima cosa bisogna trouare la perpendiculare, cioè la à piombo, che da vn angolo più commodo caschi in su la basa, che li sarà rincontro, dipoi bisogna multiplicare la medesima à piombo per la metà di essa basa, & ce ne uerrà lo spazzo del detto campo in triangolo con l'angolo sopra à squadra, & di duoi lati vguali. Et per maggior dichiaratione, seruaci per essempio, che il triangolo d'angolo sopra squadra, et di duoi lati vguali sia A B C, del quale A B, & A C, siano i lati vguali, di braccia 10. l'vno, & la basa A C sia braccia 16. simili: multiplichisi 10 in se stesso, et ce ne verrà 100. & poi multiplichisi la metà della basa, che è 8. in se stessa, & ce ne verrà 64. il qual 64. traggasi dal 100. et ce ne resterà 36. la radice quadrata del quale è 6. che è la quantità delle braccia della linea à piombo, che dall'angolo A cade nella basa B C. Multiplichisi dipoi questa à piombo per la metà della basa, che è 8. & ce ne verrà 48. che sono la quantità delle braccia del propostoci triangolo con l'angolo sopra à squadra, & con duoi lati vguali, che dicemmo A B C. Et se noi diuideremo esso 48. in due parti vguali, haremo il numero delle braccia di qual si è l'vno de duoi triangoli causati di nuouo dalla linea à piombo, che sarà braccia 24.

Come

Come si misuri vn triangolo con l'angolo sopra à squadra, & di tre lati disuguali. Cap. IX.

N QVEL *medesimo modo, che si dimostrò nel settimo capitolo di questo libro, come si misura il triangolo di angoli acuti, et di tre lati disuguali, si misurerà ancora il triangolo di angolo ottuso, ò sopra à squadra, et di lati disuguali. Et seruaci per essempio, che il triãgolo sia* DEF, *del quale il lato* DE *sia braccia* 10. *et l'altro lato* DF *sia braccia* 17. *& la basa* EF *sia brac.* 21. *Multiplichisi il* 10. *in se stesso, et ci darà* 100. *et il* 17. *ancora in se stesso, et ci darà* 289. *et la basa ancora che è* 21. *et ci darà* 441. *raccolgasi poi* 441. *et* 289. *insieme, & ce ne verrà* 730. *dal quale* 730. *traggasi il* 100. *& ce ne resterà* 630. *la metà del quale è* 315. *Diuidasi dipoi* 315. *per* 21. *che è la quantità della basa, che serue per partitore, & ce ne uerrà* 15. *ilche sarà il numero delle braccia della lunghezza della parte della basa* GF, *ilquale numero multiplicato in se stesso fà* 225. *il quale tratto de* 289. *ci lascierà* 64. *la radice quadrata del qual è* 8. *talche si può conchiudere, che la à piombo* DG *sia* 8. *braccia*.

Puossi ancora trouare questa linea del piõbo in altra maniera, cioè mettasi insieme il 100. *riquadrato del* DE, *con il* 441. *riquadrato della basa* EF, *et haremo* 541. *del qual trahẽdone* 289. *che è il riquadrato del lato* DF, *et ce ne resterà* 252. *la metà del qual è*

126.

126.il qual numero partito per 21.che è la basa ci darà 6.per parte, le quali sono le braccia della lunghezza della basa verso il lato manco E G. Multiplichisi questo 6.per se stesso, et ce ne verrà 36. ilquale tratto dal 100.ci resterà 64.la radice quadrata del quale trouer emo essere 8.cioè la lunghezza della à piombo D G. Multiplichisi ultimamente la già trouata à piombo per la metà della basa, cioè 8.per 10.½.& ce ne uerrà 84.il qual numero sarà la quantità delle braccia dello spazzo del propostoci triangolo D E F, con lo angolo sopra à squadra, & con tre lati disuguali.

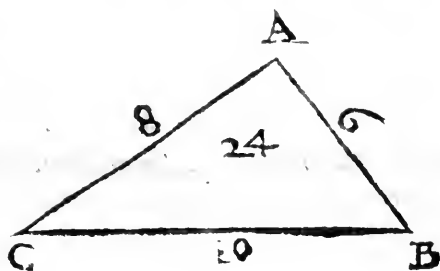
Dal che ne seguita, che se si multiplicherà la parte sinistra della basa E G, per la metà della à piombo D G, cioè 6. per 4. haremo 24.che sono la quantità delle braccia dello spazzo del triangolo D E G. Et così se noi multiplicheremo per il medesimo 4.le braccia della parte destra della basa G F, che è 15. ce ne verrà 60. che sono le quantità delle braccia del triangolo D G F; della qual cosa, se noi vorremo fare la riproua, raccolgasi insieme 24. & 60 et haremo 84.che è la quantità di tutto il triangolo D E F: & il simile si potrà fare di tutti i triangoli di lati disuguali, habbino essi, ò angolo retto, ò sotto, ò sopra à squadra.

Come si misuri vniuersalmente qual si voglia sorte di triangoli. Cap. X.

PER maggior commodità senza hauere à sottoporsi alla linea del piombo, si misurerà generalmente qual si voglia sorte di triãgolo in questo modo. Raccolgasi insieme tutti i lati del triangolo, del quale vorremo sapere lo spazzo, et dipoi piglisi la metà di questo raccolto, dalla quale metà traggasi separatamente i lati del nostro triangolo, et

notisi

notisi da parte le loro differentie, ouero quelli numeri, mediante i quali ciascuno lato si discosta dalla metà del raccolto de tre lati insieme. Dipoi multiplichisi la metà di esso raccolto per quale si voglia differentia, ò numeri discostantisi detti, ma più conuenientemente si farà per la differentia maggiore; et quel che ce ne uerrà, multiplichisi per qual si uoglia delle altre rimasteci differentie; et quel ce ne viene; rimultiplichisi per la ultima differētia, et di quel ce ne risulta si pigli la radice quadrata, che sarà la quantità delle braccia del propostoci triangolo: nè importa in tali multiplicationi, qual ci facciamo prima, ò la prima, ò la seconda, ò la terza: conciosia che sempre ce ne resulta il medesimo numero.

Seruaci per essempio il triangolo ABC, *il sinistro lato del quale* AB *sia braccia* 6. *& il destro* AC *sia braccia* 8. *& la basa* BC *sia braccia* 10. *raccolgasi insieme* 6. 8. 10. *che sarà* 24. *la metà del quale è* 12. *del qual trattone* 6. *ce ne resta* 6. *et trattone* 8. *ce ne resta* 4. *& trattone* 10. *ce ne resta* 2. *Multiplichisi adūque* 12. *per* 6. *farà* 72. *et* 72. *per* 4. *farà* 288. *et* 288. *per* 2. *farà* 576. *la radice quadrata del quale si è* 24. *che sono à pūto le braccia del propostoci triāgolo* ABC; *sia egli, ò di angoli acuti, ò di angolo retto, ò d'angolo ottuso, ò uogliamo dire sopra squadra. Haremo ancora il medesimo numero* 576. *se si multiplicherà il* 12. *per* 4. *et quel, che ce ne uerrà, si multiplicherà per* 6. *et quel, che di nuouo ce ne uerrà, si multiplicherà per* 2. *Ouero se si multiplicherà il medesimo* 12. *per* 2. *et quel che*

che ce ne verrà per 4. & quel ne verrà poi ancora per 6. Ouero se si multiplicherà il medesimo 12. per dua, & quel ne uerrà per 6. & quel ne uerrà poi per 4. conciosia che sempre ne resulterà 576. come mostreremo nella dimostratione che segue de numeri.

1

12	uie	6	72
72	uie	4	288
288	uie	2	576

2

ouero	12	uie	4	48
	48	uie	6	288
	288	uie	2	576

3

12	uie	2	24
4	uie	24	96
6	uie	96	576

4

ouero	12	uie	2	24.
	24	uie	6	144
	144	uie	4	576

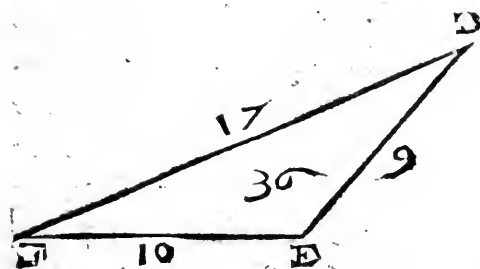
Potriasi ancora per altra uia trouare il medesimo numero 576. multiplicando il 6. per 4. & quel ce ne uerrà per 2. et quel ce ne verrà ancora per 12. Ouero multiplicando il sei per dua, et quel ce ne verrà per 4. et quel ce ne uerrà ancora per 12. O ueramente multiplicando 4. per 2. & quel ce ne uerrà per 6. et quel ce ne uerrà poi per 12. Conciosia che sempre ce ne resulterà il medesimo numero, come per lo essempio di sotto si può vedere.

Primo modo 6 uie 4. 24. & 2 uie 24. 48. & 48. uie 12. 576.
Secondo modo 6. uie 2. 12. & 4. uie 12. 48. & 48. uie 21. 576.
Tertio modo 4. uie 2. 8. & 48. uie 6. 8. & 48. uie 12. 576.
Come per lo essempio si vede in tutti tre i modi, ne resulta 48. il quale multiplicato per 12. ci dà sempre 576.

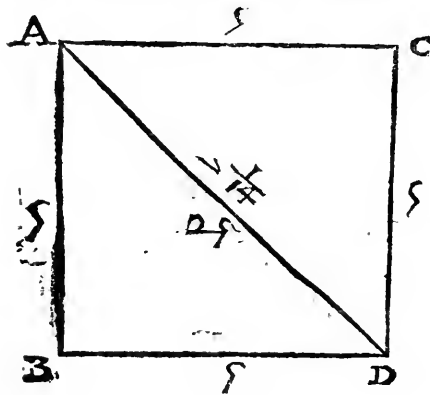
La importanza della regola è questa, che raccolti i. numeri de

lati,

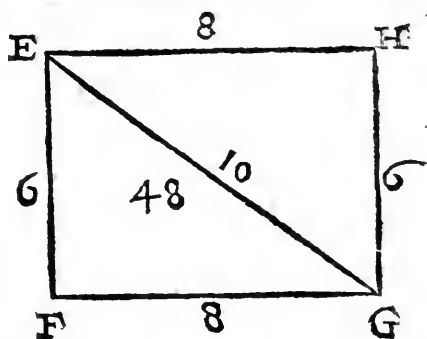
lati di qual si voglia propostoci triangolo insieme, & preso la metà di quel che ne uiene, & notate le differentie di qual si sia l'un de lati, che auanzano alla metà del multiplicato, come poco fa si disse, che si multiplichi l'una differentia nell'altra, & quel che ne viene nella terza; & quel che ce ne uiene, di nuouo si multiplichi per la stessa metà del numero, che già di tutti tre i lati raccogliemmo insieme. Et di quel che ultimamente ne uiene, se ne hà à pigliare la radice quadrata; che sarà quella, che ci darà la quantità delle braccia dello spazzo del detto propostoci triangolo.

E per maggior dichiaratione ne daremo un'altro essempio. Sia propostoci il triangolo DEF, il lato sinistro del quale DE, sia 9. braccia, & la basa EF sia braccia 10. & il lato destro DF sia braccia 17. raccolgasi insieme questi numeri 9. 10 & 17. & ce ne verrà 36. la metà del quale sarà 18. dal quale 9. è lontan per 9. & 10. per 8. & 17. per 1. talche le differentie sono 9. 8. 1. se si multiplicherà 9. per 8. ce ne uerrà 72. il qual multiplicato per 1. ci darà pure 72. percioche il multiplicare per vno non accresce. Multiplichisi poi 72. per 18. che è la metà di esso 36. & ce ne verrà 1296. la radice quadrata del qual numero sarà 36. che sono la quantità delle braccia del triangolo DEF. che ci proponemmo, & il medesimo si farà di qual si uogli altro triangolo, sia egli di tre lati uguali, ò pur di tre disuguali.

Come

Come si misurino i campi quadri di lati vguali, & di angoli à squadra. Cap. XI.

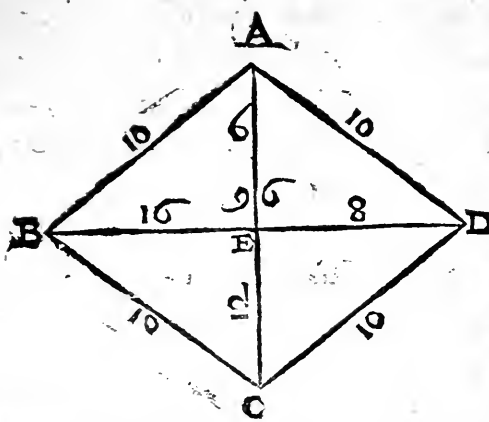
NFRA le figure quadre, che ci si possono offerire, le quali si habbino à misurare: pare conueniente, che il primo luogo sia del quadrato di angoli à squadra et di lati vguali, ilquale per nostro essempio sia ABCD, *ciascun lato del quale sia braccia 5. à voler sapere quanto egli è, multiplichisi vno di questi lati in se stesso, cioè 5. uie 5. et ci darà 25. ilqual numero sarà la quantità delle braccia dello spazzo del nostro quadro. Et se ci bisognerà trouare la quantità della linea schiãciana, cioè della linea, che partẽdosi da uno delli angoli andrà à trauerso à trouare l'altro angolo à lui opposto, come per essempio fà la linea* AC; *facciasi in questo modo. Multiplichisi* AB *in se stessa, &* BC *ancora in se stessa, ciascuna delle quali farà 25. ilche raccolto insieme farà 50. la radice quadrata del quale è 7. $\frac{1}{14}$. il qual numero è la quantità delle braccia della schianciana detta.*

Come si misurino vn campo che sia quadrilungo di angoli à squadra, e di lati di rincontro corrispondentisi. Cap. XII.

NEL medesimo modo ancora troueremo la quantità delle braccia di vn quadrilungo, che sia di lati disuguali, ma di angoli à squadra, il quale per essempio sia EFGH; *i lati del quale* EH, & FG, *sieno più lunghi, che i lati*

E F, & H G, & de detti lati i primi siano per modo di essempio braccia 8. l'uno, et i secondi braccia 6. l'uno. Multiplichisi 8. per 6. & ce ne verrà 48. Dicesi lo spazzo del nostro quadrilungo eßere 48. braccia. Et se si multiplicherà 8. in se stesso, ce ne verrà 64. & multiplicato il 6. ancora in se stesso, ci darà 36. il qual numero raccolto insieme con il 64. ci darà 100. la radice quadrata del quale sarà 10. adunque 10. braccia sarà la sua schianciana, che partendosi dall'angolo E, andrà diritta per il trauerso allo angolo G, ò vogliamo dire quella che si partiße dall'angolo H, & andasse à terminare nell'angolo F.

Come si misuri vn campo quadro di lati vguali, ma di angoli disuguali. Cap. XIII.

QVANDO ci fusse proposto un campo quadro di lati vguali, ma di angoli disuguali, misureremolo in questo modo. Saputa che è la quãtità delle braccia de lati di detto quadro, truouisi la quantità delle braccia delle linee, che partendosi da gli angoli si attrauersano l'vna l'altra: & multiplichisi la intera quantità di una di eße per la metà dell'altra; et quel che ce ne verrà, sarà la quantità delle braccia del presuppostoci quadrato, ò uogliamo dir mandorla.

Seruaci per essempio, che questo quadro, ò mandorla sia A B C D

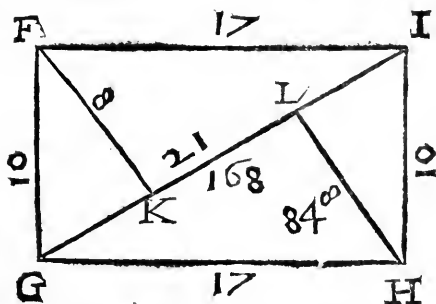
ciascun

ciascun lato del quale sia braccia 10 *& la linea, che attrauersa* AC, *sia braccia* 12.*et l'altra linea, che attrauersa* BD.*sia braccia* 16. *Multiplichisi* 16.*per* 6.*ouero* 12 *per* 8.*et ce ne verrà* 96. *che sono la intera quantità delle braccia di esso quadro, ò mandorla, ò rombo come dicono i Greci, et i Latini, che ci era proposto.*

Et se non sapremo quante braccia sia una delle linee che attrauersano da angolo ad angolo, ò non la potremo misurare; bisogna trouare la linea del piombo, che cadendo da vno de gli angoli batte in su l'altra, che và da angolo ad angolo à noi incognita, per quella uia, che si insegnò di sopra, nel 6.*cap.di questo lib. Et multiplicaremo detta linea del piõbo per la linea, che andãdo da angolo ad angolo li serue per la basa, presupposta che detta basa ci sia nota: ouero multiplicare la basa ꝑ la linea del piõbo, et quel che ce ne uerrà sarà la quantità delle braccia di essa mandorla, come nell'essẽpio dato poco fà: presupposto che noi sappiamo quante braccia sia la* BD,*linea trauersa, et uogliamo trouare la à piõbo* AE,*ouero* EC;*ouero dato che noi sappiamo la quãtità della linea trauersa* AC, *et uogliamo trouare la à piõbo* BE,*ouero* ED;*faccisi senza replicarlo, nel medesimo modo che si disse. Conciosia che in cosi fatte mandorle, ò rombi, l'una, & l'altra linea trauersa, diuide in due parti uguali detta mandorla, ò rombo. Perciochè la trauersa più lũga, cioè la* BD,*ne fà duoi triãgoli; che qual si è l'uno hà duoi lati uguali, vno angolo sopra squadra, et duoi sotto squadra, ouero acuti.*

Et la

Et la trauersa ancora più corta A C, *diuide pure detta mandorla, ò rombo in duoi triangoli, che hanno duoi lati uguali, ma tutti gli angoli acuti, ouero sotto squadra. Aggiungecisi, che dette trauerse si intersecano l'vna ad angoli retti, & con lati respettiuamente fra loro vguali.*

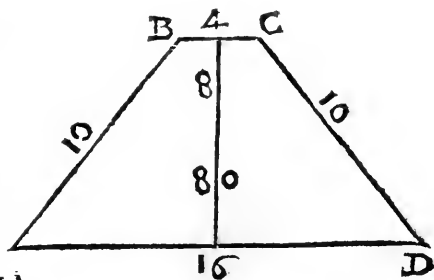
Come si misuri vn campo quadrilungo di lati disuguali, & d'angoli sotto, & sopra squadra. Cap. XIV.

E CI fusse proposto à misurare vn cāpo, che fusse quadrilūgo di lati disuguali, et di angoli sotto, et sopra squadra, chiamato da i Greci, et da i Latini Romboide, ilche credo, che in nostra lingua potrēmo chiamare ammādorlato: faccisi in questo modo. Misurinsi primieramēte i lati, dipoi l'una delle schianciane, che lo attrauersa; talmēte che questa schiāciana diuiderà il detto ammādorlato in duoi triangoli uguali fra di loro, ma di lati disuguali, et di angoli sotto, ò sopra squadra, come si uoglino. Perilche se si trouerà, ò l'una, ò l'altra linea à piombo, che caschi in su la schiāciana, la qual linea à piōbo sia per modo di essempio 8. braccia da trouarsi in quel modo medesimo, che dicēmo di sopra nel Cap. 6. & multiplicheremo per essa à piōbo le quantità delle braccia della schianciana, ce ne uerrà la quātità delle braccia della nostra forma del cāpo bislūgo in quadro, ò ammādorlato

che dir ci vogliamo. Il medesimo ci riuscirà ancora, se noi misureremo l'uno, et l'altro triangolo, per quella via, ò regola, che si disse, quando trattammo nel decimo cap. del modo uniuersale da misurare tutti i triangoli, & addoppieremo dipoi il misurato di detti spazzi. Seruaci per essempio, che il propostoci ammandorlato, ò romboide sia FGHI, del quale amenduoi i lati più lunghi siano braccia 17. l'uno, et i più corti braccia 10. l'uno, & la schianciana sia braccia 21. debbesi adunque ritrouare la linea del piombo FK, ouero HL, in quel modo, che si insegnò di sopra, quale per la esperientia si trouerrà essere braccia 8. Multiplichisi adunque 21. per 8. & ce ne verrà 168. che è la quantità delle braccia del nostro propostoci ammandorlato FGHI. Ouero misureremolo in quel altro modo, che si insegnò del misurare generalmente tutti i triangoli; hauendo di detto ammandorlato fatto con la schianciana duoi triangoli, cioè FGI, & GHL: conciosia che in questo modo trouerremo qual si è l'uno de duoi triangoli essere braccia 84. che addoppiandole ce ne daranno 168. Questo modo veramente mi pare breuissimo, & molto più facile, che l'altro, nel quale si hà ad adoperare la linea del piombo, & non solamente è commodo à misurare un quadrilungo come questo; ma qual si voglia altra forma quadra, come dimostreremo.

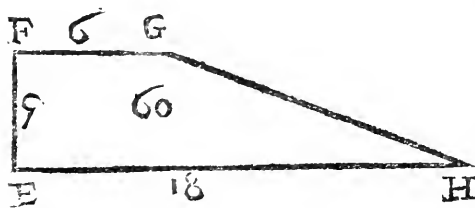
Come si misurino i campi quadri di lati disuguali, & diuersi angoli. Cap. XV.

MOLTE, & diuerse possono offerircisi le figure de campi di quattro linee, con lati disuguali, et angoli diuersi. Percioche alcune possono hauere duoi lati uguali, & la testa di sopra nientedimeno disuguale, alla sua basa, ò testa di sotto, con duoi angoli acuti, & duoi ottusi. Alcune altre haranno

ranno duoi angoli à squadra, & forse duoi lati uguali, & gli altri disuguali. Alcune altre forse non haranno nè lati, nè angoli, che siano vguali, ò corrispondentisi. Ma comincieremo à dar l'essempio di alcuni di loro. Sia un campo di quattro linee A B C D, talmente fatto, che A B, & C D siano fra loro uguali di braccia 10. l'una & la testa B C sia braccia 4. et la basa A D braccia 16. è di necessità trouare la sua linea del piombo, che dalla testa cadrà in su la basa, in questo modo. Multiplichisi vno di quei lati vguali in se stesso, & serbisi da parte tale multiplicato: traggasi poi la testa della basa, & di quel ce ne resta, piglisi la metà, & multiplichisi questa metà per se stessa; & quel che ce ne viene, traggasi di quel numero, che poco fà si serbò da parte, & di quel ci resta, piglisi la radice quadrata, la quale sarà à punto la quantità delle braccia della linea del piombo.

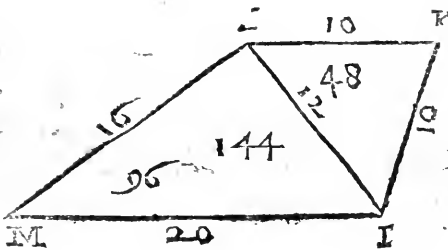
Quando poi noi uorremo misurare, ò sapere quante braccia sia lo spazzo di cosi fatto campo, raccolgasi la testa cō la basa insieme, et di quel che ce ne uiene piglisi la metà, et multiplichisi per la à piō bo, et quel ce ne uerrà sarà lo spazzo del presuppostoci quadrangolo: & eccone l'essempio più manifesto. Sia A B braccia 10. & C D ancora braccia 10. fra loro vguali. B C braccia 4. & A D braccia 16. multiplichisi il 10. in se stesso, & ci darà 100. dipoi traggasi 4. da 16. & ci resterà 12. la metà del quale è 6. il quale multiplicato in se stesso ci darà 36. ilqual numero traggasi dal 100. ce ne

restera 64. del quale 64. la radice quadrata è 8. che è la quantità delle braccia della à piombo, che cade dalla testa BC *nella basa* AD: *raccolgasi adunque insieme 4. & 16. et ci darà 20. la metà del quale è 10. il quale multiplicato per 8. che è la à piombo, ci darà 80. dicesi che il propostoci poco fa campo è 80. braccia simili.*

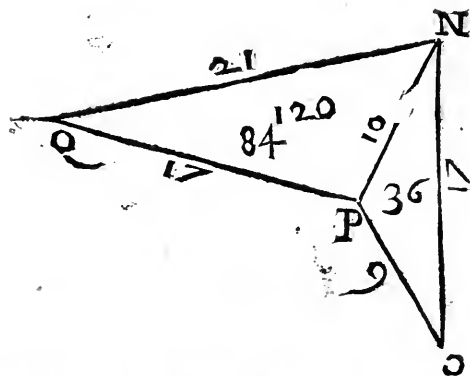
Come si misurino i campi quadrilungi, che habbino duoi angoli à squadra, & lati diuersi. Cap. XVI.

S*E CI fusse proposto un campo, che hauesse duoi angoli à squadra, et tutti i lati disuguali; ma duoi paralleli, cioè ugualmente lontani l'un dall'altro, faremo in questo modo. Raccolghinsi insieme i duoi lati paralleli, che concorrono con il terzo à fare gli angoli retti: & di quel che ce ne verrà piglisi la metà, et multiplichisi per la quantità di detto terzo lato, che causa gli angoli retti. Dicesi, che quel ne uerrà, sarà la quantità delle braccia del propostoci campo. Seruaci per chiarezza dell'essẽpio del detto cãpo il disegno* EFGH, *la testa del quale sia* FG *braccia 6. et la basa* EH *parallela à detta testa sia braccia 18. et la à piõbo* EF *sia braccia 5. et il quarto lato* GH *sia quãto li tocchi; raccolgasi 6. della testa con 18. della basa, & ce ne uerrà 24. la metà del quale è 12. il qual 12. multiplicato per la à piombo, che è 5. ci darà 60. il che è il numero del presuppostoci campo.*

F 6 G
9 60
E 18 H

Come

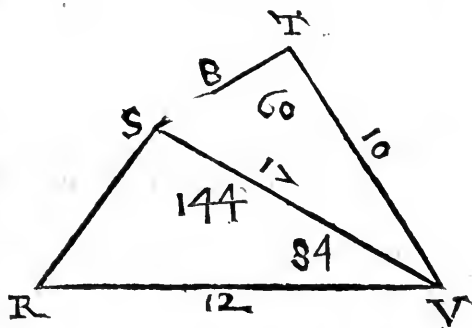
Come si misuri vn campo di quattro linee, che habbi duoi lati vguali, & diuersi angoli. Cap. XVII.

MISVRISI vn campo, che habbia duoi lati uguali, & angoli diuersi, in questo modo, faccisene la prima cosa duoi triangoli, mediante la schianciana, che ui occorre più corta, et ritrouisi la quantità delle braccia di qual si è l'un di detti triangoli, in quel modo, ò con quella regola, che si disse nel misurare uniuersalmente tutti i triangoli, perciochè mettendo insieme la quantità di amenduoi questi triangoli, haremo lo intero del propostoci campo. Seruaci per essempio, che il campo sia KLMN, *che habbi duoi lati paralelli; et li altri disugualmente lontani l'uno dall'altro: la testa del quale* KL *sia* 10. *braccia, &* 10. *ancora il lato* KN, *& la basa* MN *sia braccia* 20. *et l'altro lato braccia* 16. *Trouisi, ò misurisi la schianciana, et sia per modo di dire braccia* 12. *sarà adunque questo nostro campo diuiso in duoi triangoli; cioè uno di angoli acuti, et di duoi lati uguali* LNK; *& l'altro harà angoli diuersi, & diuersi lati, che sarà* LMN; *finalmente lo spazzo di quel triangolo, che hà gli angoli acuti, & i duoi lati uguali, si trouerrà, che sarà braccia* 48. *& l'altro* LMN *braccia* 96. *misurandoli con quelle regole, che di sopra si son date: i quali duoi numeri raccolti insieme, ci daranno braccia* 144. *che sarà lo intero dello spazzo del presuppostoci campo.*

Come si misuri vn campo di quattro linee, due delle quali sieno vguali, ma non contigue, & di angoli diuersi. Cap. XVIII.

IACI proposto il campo NOPQ *che habbi duoi lati vguali* NOP, *et* PQ; *ciascuno de quali sia* 17. *braccia, et l'uno de gli altri duoi sia braccia* 9. *cioè* OP; *et l'altro, cioè il quarto, sia braccia* 21. *Bisogna la prima cosa misurare la schianciana* NP, *laquale, per modo di dire, sia braccia* 10. *haremo fatto adunque con essa duoi triangoli* NOP, *&* NPQ, *di angoli, & di lati diuersi: & mediante il* 10. *cap. quãdo trattammo del modo vniuersale del misurare i triangoli, trouammo, che* NOP *era* 36. *braccia, & lo* NPQ *sarà braccia* 84. *perilche raccolto insieme* 36. *&* 84. *fanno* 120. *che sono le braccia del propostoci campo* NOPQ.

Come si misuri vn campo di quattro lati, & di quattro angoli diuersi. Cap. XIX.

POTREBBECI *ancora accadere l'hauere à misurare vn campo di quattro lati, & di quattro angoli diuersi, come sarebbe lo* RSTV: *il sinistro lato del quale* RS, *fusse per auentura braccia* 10. *&* *il lato di sopra, ò vogliamo dire la testa*

ST, *fusse*

ST, *fusse braccia* 8. *& il lato destro* TV, *fusse braccia* 15. *et la basa* RV, *braccia* 21. *A volerlo misurare bisogna la prima cosa tirare la sua schianciana* SV, *la quale poniamo di hauere trouata braccia* 17. *Sarà adunque diuisosi questa pianta, ò spazzo* RSTV, *in duoi triangoli di diuersi lati; l'uno* RSV, *che è d'angoli sotto, & sopra squadra, & l'altro* STV, *che hà uno angolo retto: lo spazzo adunque del triangolo* RSV, *secondo la regola del cap. da misurare uniuersalmente ogni triangolo, sarà braccia* 84. *& l'altro* STV *sara braccia* 60. *i quali numeri raccolti insieme ci daranno braccia* 144. *che sono la quantità delle braccia dello spazzo del presuppostoci campo* RSTV. *Et bastinci questi ultimi tre essempij, conciosia che non ci potrà occorrere forma alcuna di quattro linee tanto strana, se ben ci sono de gli altri modi da misurarle, che non si possi misurare per queste vie. Et sappiamo molto bene, che quella forma de quattro lati del ca.* 15. ABCD, *si poteua diuidere in duoi triangoli di angoli retti fra loro uguali, et in uno quadrilungo di angoli retti, et l'altra forma del cap.* 16 *cioè* EFGH, *si poteua diuidere in uno parallelogramo, ouero quadrilungo ad angol retto, et in un triangolo: ò più, et le piazze, ò spazzi di essi triangoli, che fanno le figure de quattro lati, si possono ancora trouare per altra via, che per la regola del* 10. *cap. conciosia che si potrebbono trouare mediante le proprie poco fà dette regole, ma questo ultimo modo è più uniuersale, più utile, più facile, & più breue di tutti gli altri.*

Delle forme di più lati. Cap. XX.

POSSONCISI offerire ancora molte forme di più, che quattro lati, et di più, che quattro angoli, le quali chiameremo campi, ò figure, ò forme de più lati: le quali sono di due sorte, ò regolari, ò irregolari. Regolari sono quelle, che si posson disegnare dentro, ò fuori di vn cerchio con angoli, et lati uguali, et che fuori, ò dentro che elle siano del cerchio, hanno un medesimo centro insieme col cerchio stesso: irregolari, sono quelle, che hanno, et i lati, & gli angoli disuguali.

Come si misuri generalmente vn campo di molti lati, & di molti angoli, che sia di forma regolare. Cap. XXI.

A VOLER sapere quante braccia sia vn campo di molti lati, & angoli, che sia forma regolare; faccisi in questo modo. Trouisi primieramente il centro di detta forma, ò figura, et tirisi dipoi dal detto centro la linea del piombo, che caschi nel mezo di qual si uoglia de lati vguali Multiplichisi dipoi la metà dell'ambito suo per la linea del piombo, & haremo la quantità di tutto il propostoci campo.

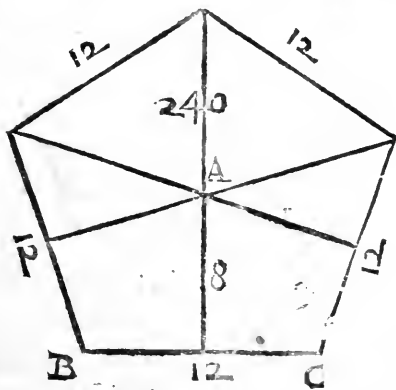
Quanto à trouare il centro di una figura di più lati, & angoli, che sia regolare: faccisi in questo modo Considerisi prima, se la propostaci figura è di lati in casso, ò in pari, se ella sarà di lati in pari, tirisi vna linea diritta, che vadi dall'vno angolo all'altro oppostoli. Et fatto questo, tirisene vn'altra pur diritta da dua altri angoli cõtrarij, et doue queste linee si intersecano insieme, sarà il centro di detta figura, dal qual centro si debbe poi tirare la

linea

linea del piombo; che caschi nel mezo di uno de qual si uoglia lato.

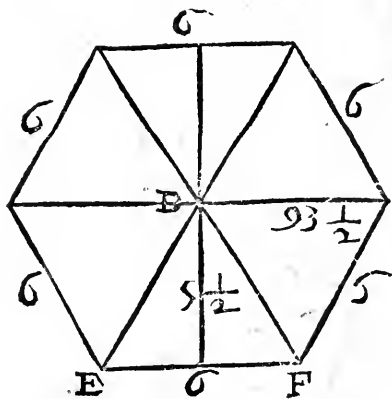
Ma se noi haremo à trouare il centro di una figura, che sia di lati in casso: tirinsi due linee diritte, che partendosi dalli angoli, vadino à cadere nel mezo à punto de lati contrarij à detti angoli, et doue dette linee si intersecheranno insieme, sarà il centro di detta figura di lati in casso. Questa è vna regola generale la più facile di tutte, & che ne mostra più chiara, et più precisa la verità: et serue à tutte le figure, che sono di linee diritte, et regolari; come è ancora il triangolo, et il quadro di tutti i lati vguali; del che chi vorrà, potrà facilmente fare esperientia. Ma porremo nel capitolo che segue l'essempio delle cinque facce, che i Greci chiamano Pentagono.

Come si misuri vn campo di cinque angoli, che sia regolare. Cap. XXII.

DICASI, che la forma, ò figura regolare di cinque lati, sia come la quì di sotto disegnata, che hà per centro A, & per basa B C; & la detta basa, ò qual si sia vno de' lati, sia braccia 12. trouato il centro A, tirisi vna linea da quello, che caschi in sul mezo della basa B C à piombo, la quale sia braccia 8. multiplichisi le 12. braccia per li cinque lati, che ci daranno 60. & sapremo che la metà dell'ambito è 30. multiplichisi dipoi 30. per 8. ce ne verrà 240.

Conchiudesi, che 240. braccia sa-

cia sarà il propostoci cinque facce di lati, et d'angoli uguali, et regolare. Il medesimo si farà, et siano quante braccia si voglino i lati del cinque facce, che i Greci (come s'è detto, chiamano) Pentagono. Et così sia quante braccia si voglia la linea del piombo, che dal centro cadrà nel mezo di qual si voglia lato.

Come si misuri vn campo di sei facce, & sei angoli vguali, che sia regolare. Cap. XXIII.

SIACI per maggior dichiaratione delle cose passate proposto vn campo di sei facce, che sia D E F, ciascun lato del quale sia braccia 6. & dal suo ritrouato centro si tiri vna linea à piõbo, che caschi sopra il mezo del lato E F, la qual sia braccia 5 $\frac{1}{5}$ tutto il circuito, ouero ambito adunque di questo cãpo sarà braccia 36. la metà del quale num. è 18. multiplichisi adunque 18. per 5 $\frac{1}{5}$ ce ne uerrà 93. $\frac{3}{5}$. che sarãno le braccia di tutto il propostoci campo D E F. & il medesimo ci riuscirà di vn cãpo, che sia di sette facce, ò di otto, & di tutti gli altri; & siano di quante facce si voglino in casso, ò in pari.

La ragione è, che questo 6. facce è diuiso in 6. triangoli di angoli et lati uguali: le base de quali sono esse sei facce, et la linea diritta che cade dal centro D nel mezo della basa E F, è la linea del piombo: & la linea E F rappresenta la corda di un cerchio descrit-

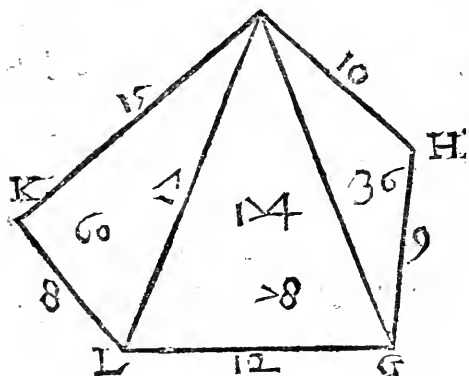
tole

tole attorno, et è chiaro che la linea del piombo bisogna che diuida detta EF in due parti uguali ad angoli retti, partendosi ella dal cẽtro secondo la terza del terzo di Euclide. Diuisa adunque questa linea EF in due parti per la à piombo, fà di esso DEF duoi triangoli vguali fra di loro ad angoli retti, secondo la quarantunesima del primo di detto Euclide. I quali se si multiplicheranno per la metà di detta basa (in quel modo che insegnãmo misurare i triangoli) ne uerrà lo spazzo finalmente di esso triangolo Et essendo i lati del sei facce fra loro tutti uguali, et le linee che cascano dal centro nelle base ancor fra loro uguali (come facilmente si può uedere per la quarta, et per la uentesimasesta del primo di detto Euclide) auuiene che la detta à piõbo tirata nel mezo di qual si uoglia faccia, ò basa, multiplicata per tutto l'ambito delle facce, fà triangoli doppij ad angoli retti delle dette facce; i quali triangoli rettangoli ogni uolta che noi li multiplicheremo per la metà di detto ambito, et la metà dell'ambito per loro, haremo la quãtità dello spazzo di dette sei facce: & il simile potrem' far e dell'altre figure di più facce à corrispondentia, che sempre ce ne occorrerà il medesimo.

Come si misuri vn campo di più facce, ò lati diuersi, che sia irregolare. Cap. XXIV.

NEL *misurare vn campo, che sia di diuersi lati, & di diuersi angoli disuguali, & sia irregolare, bisogna primieramente risoluerlo, ò diuiderlo in triangoli, cioè in minor numero di triangoli, che è possibile, et ne' più facili, et che più espeditamente si possino misurare, secondo la regola generale, che si disse del misurare i triangoli nel cap. 10. Percioche le quãtità di qual si è l'uno di detti triãgoli, raccolte insieme*

tutte,

tutte, ci daranno la intera quantità del propostoci campo di più lati, & angoli disuguali irregolare. Delche ne daremo per più facilità un'essempio. Sia il propostoci campo di cinque lati, ò facce irregolari G H I K L, il lato del quale G H, sia 9. braccia, et il lato H I, sia braccia 10. & I K, braccia 15. & K L, braccia 8. et G L, braccia 12. Se dal punto I, si tireranno due linee diritte à punti G L, che per modo di dire sendo fra loro uguali ciascuna sia braccia 17. sarà diuiso questo propostoci campo di cinque lati commodamente in tre triangoli: de quali vno ne sarà di angoli, & lati diuersi, cioè il G H I, et l'altro I G L, di duoi lati vguali; et l'vltimo I K L, harà un angolo retto, et tre lati diuersi; lo spazzo adunque di quel triangolo segnato GHI, trouveremo eßere braccia 36. et il G I L, braccia 78. et LIK, braccia 60. come ne' passati disegni del triangolo si è dimostro, raccolgasi adunque 36. 78. et 60. insieme, et ce ne uerrà 174. che è la quantità delle braccia del presuppostoci campo di cinque lati, et angoli diuersi irregolare, che segnammo G H I K L: nel qual modo potremo à consequenza giudicare, ò fare de gli altri.

Da questo ne seguita (parlando delle figure irregolari) che quelle di cinque lati si debbon risoluere in tre triangoli, quelle di 6. in 4. et quelle di 7. in 5. et così successiuamente delle altre; distribuendo essi triangoli, secondo la commodità delli angoli, et di lati loro.

De campi tondi. Cap. XXV.

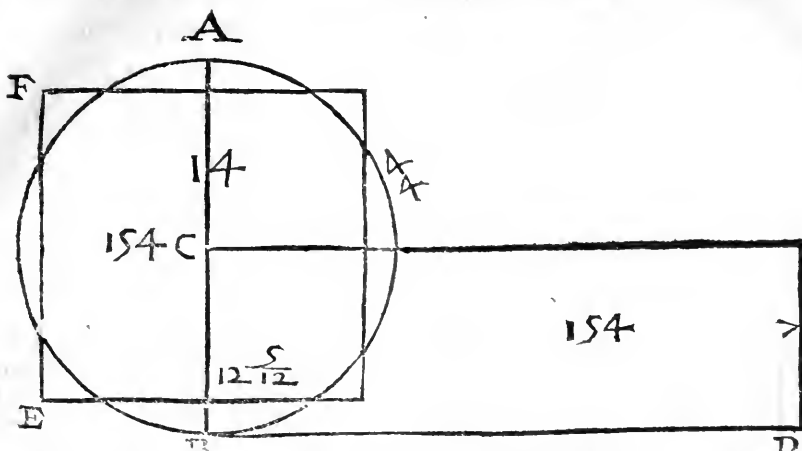
QVasi la medesima regola si tiene nel misurare vn campo che sia tõdo, che quella, che si è tenuta nel misurare le figure di più facce et angoli: perciochè si come dalla multiplicatione della linea del piombo, che dal centro cadeua in sul mezo di tutte le base di dette figure, nella metà del loro ambito, si trouò la quãtità del detto campo di più angoli, & lati; così ancora dalla multiplication del mezo diametro nella metà del mezo cerchio, si ritrouerrà la quantità del nostro campo tondo, ò in cerchio. Perciochè hauendone data vna regola generale di tutte le figure di più lati, et di più angoli; sarà ancora vera così nelle cose grandi, come nelle picciole. La onde seruirà ancora al cerchio, nel quale possono concorrere molti angoli, & molte facce, quasi di numero infinite.

Come si truoui la quadratura del cerchio. Cap. XXVI.

ARCHIMEDE Mathematico, & Filosofo eccellentissimo, mostrò che lo spazzo del cerchio è uguale ad vn triangolo che hà l'angol retto; vn lato del quale di quelli che concorron à fare lo angolo retto: sia vguale al mezo diametro del cerchio; et l'altro sia uguale à tutta la circõferentia, ò uogliam dire circuito del cerchio. Perciochè quando il mezo diametro si multiplica per tutto il circuito del cerchio; se ne fà un quadrato di angoli à squadra per il doppio del cerchio, la metà del quale quadrato ad angoli retti, uiene ad essere il medesimo triangolo, vguale alla circonferentia, ò circuito del cerchio.

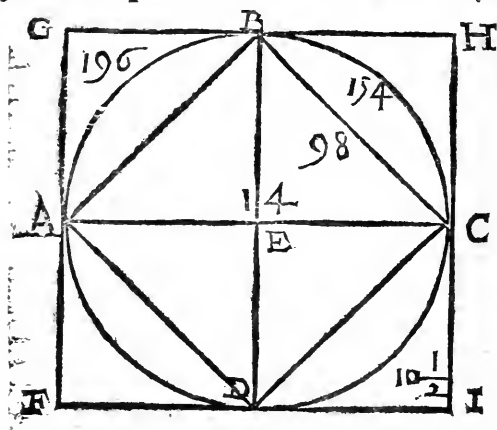
Perilche

Perilche ſi uede mediante la ſottiliſſima inuentione di Archimede, che il mezo diametro multiplicato per la metà del circuito del cerchio, ouero per il contrario genera un quadrato ad angoli retti, uguale (come poco fà dicemmo) al cerchio. Talche ei pare che ci reſti ſolamente una difficoltà, & queſta è il trouare vna linea retta, ò diritta, che dire la uogliamo, la quale ſia uguale alla circonferentia, ò circuito del cerchio. La quale il medeſimo Archimede ci inſegnò con dimoſtratione più toſto diuina, che humana. Concioſia che ei trouò per uia di Geometria, che la circonferentia corriſpondeua al diametro del cerchio per 3. $\frac{1}{7}$. cioè che il diametro aggirãdoſi tre volte, & vn ſettimo intorno al cerchio, finiſce à punto il circuito di quello. Vero è, che molti dicono, che ei non è un ſettimo à punto, ma vn poco manco, et più di vn' ottauo, di maniera che la circonferentia corriſponde al diametro come il 22. al 7. la qual regola è ſtata dalla maggior parte de gli huomini inſino à quì oſſeruata, non ci eſſendo ſtato per ancora alcuno (ſe bẽ molti ſopra ciò hanno ſcritto) che ne habbi ſaputo trouare una migliore, come quella che à far queſto, pare che baſti, non ci ſi diſcernendo differentia, ò errore, che ſia quaſi ſenſibile: ma uengaſi all' eſsempio. Sia il noſtro cerchio AB, il centro del quale ſia C, et il ſuo diametro ſia braccia 14. ſapremo adunque mediante la inuentione d' Archimede, che la ſua circonferentia ſarà braccia 44. la metà del qual 44. ſarà uẽtidua multiplichiſi adunque il mezo diametro, che è 7. per 22. & ce ne uerrà un quadrilũgo ad angoli retti, che ſarà CD, di braccia 154. che è il numero delle braccia del preſuppoſtoci cerchio AB. Et ſe ei ſi trarrà la radice quadrata del 154. ſarà 12 $\frac{5}{12}$. che tanto ſarà il lato del quadrato uguale al detto cerchio, come è lo E F. In quante più parti adunque diuideremo il diametro, tanto ſarà più fedele et certo il modo di trouare le parti, ò quantità del cerchio. Concio-

ſia che le parti di eſſo cerchio ſaranno più minute, & più picciole, come quelle che dentro al cerchio haranno minore curuatura, & ſi diſtenderanno poco in lungo: per la qual coſa ſe ne farà uno ſpazzo più uicino, & più ſimile allo ſpazzo del cerchio, ſcompartendolo con ottaui di braccio più toſto, che con quarti, mezi, ò interi bracci, come facilmente ſi può giudicare.

Come ſi troui in altro modo la quadratura del cerchio. Cap. XXVII.

INSEGNA *ancora Archimede un' altro modo da riquadrare il cerchio: conciosſia che egli dimoſtrò, che il quadrato, che ſi fà del diametro del cerchio, hà quella medeſima proportione ad eſſo cerchio, che hà il* 14. *allo* 11. *cioè di tre undiceſimi più. Se ſi miſurerà adunque il diametro del cerchio, & ſi multiplicherà in ſe steſso, & da quel ne uiene, ſe ne cauerà tre quattordiceſimi, ne reſterà lo ſpazzo del propoſtoci cerchio. Et eccone l'eſſempio.*

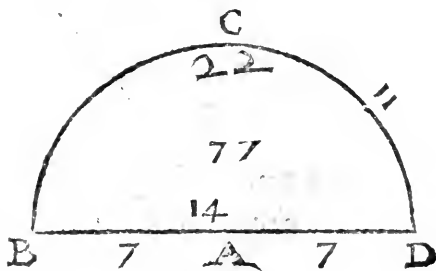
Sia

Sia il cerchio ABCD *, il centro del quale ſia* E, & *il diametro ſia come quel dell'altro, braccia* 14. *le quali multiplicate in loro*

ſteſſe fanno 196. *cioè il quadrato* FGHI, *diſegnato fuori del cerchio, i tre quattordiceſimi di eſſo* 196. *è* 42. *il qual numero ſe ſi trae di* 196. *ce ne reſterà* 154. *che ſono le braccia del propoſtoci cerchio. Et ſe noi partiremo* 42. *per* 4. *ce ne verrà* 10. $\frac{1}{2}$. *per parte, che ſono la quantità delle braccia di ciaſcuno di quei triangoli, che reſtano in ſu canti,* FGHI, *fuori del cerchio. Donde ſi uede manifeſto, che il cerchio è in proportione al quadrato* ABCD, *che è diſegnato dentro al cerchio, come è lo* 11. *al* 7. *cioè di quattro ſettimi più. Et perche ei non pare, che ci biſogni dimoſtratione più chiara che quella dell'occhio à uoler uedere, che il quadrato di fuori è per il doppio del quadrato di dentro: corriſponde adunque il quadrato maggiore al minore, come il* 14. *al* 7. *cioè per il doppio ſarà adunque il quadrato di dentro braccia* 98. & *quel di fuora braccia* 196. *come nel* 2. *cap. del* 4. *della ſua Ariſmetica moſtra Orontio ſteſſo. Si come ſi truouano mediante il diametro, et la circonferentia, le braccia dello ſpazzo del cerchio; coſi ancora per il contrario, dato che ſappiamo quanto ſia eſſo ſpazzo, trouerremo quanto ſia, et il diametro, et la circonferentia, perciochè ſe noi aggiungeremo allo ſpazzo tre undiceſimi, ſi farà il quadrato, che ſi genererà del diametro del cerchio la radice quadrata del quale ſarà eſſo lato del quadrato, et per conſequenza*

ſequenza il diametro del cerchio. Perciochè ſaputo che haremo la quantità del diametro, ſapremo ancora la quantità del cerchio in quello ſteſſo modo, che ſi è inſegnato. Seruaci per eſſempio, che lo ſpazzo del di ſopra diſegnato cerchio ſia 154. braccia, lequali ſi hanno à partire per 11. & ce ne verrà 14. per parte, il qual 14. multiplicato per 3. ci darà 42. raccolgaſi dipoi inſieme il 154. & il 42. et ce ne verrà 196. la radice quadrata del quale è 14. diceſi, che tante braccia ſarà il diametro del preſuppoſtoci cerchio. Et ſe queſto diametro 14. ſi multiplicherà per 3. et à quel che ne viene ſi arrogerà la ſettima parte, che è 2. ce ne verrà 44. che ſono la quantità delle braccia della circonferentia, ò del cerchio, ilche ſi può fare di tutti gli altri ſimili.

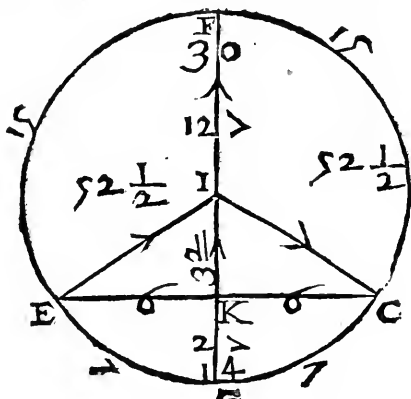
Come ſi miſurino i campi che ſono mezi tondi. Cap. XXVIII.

Alle coſe paſſate ſi diſcerne facilmente il modo da miſurare le portioni del cerchio, et il diametro: perciochè, ſi come dal multiplicare del mezo diametro nella metà del cerchio ſi caua la quantità delle braccia dello ſpazzo del cerchio, coſi ancora della multiplicatione di eſſo mezo diametro nella quarta parte d'un cerchio ſi caua la quantità delle braccia d'un ſpazzo d'un mezo cerchio.

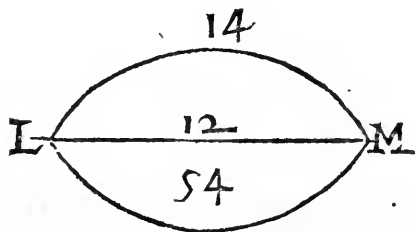
C
22
11
77
14
B 7 A 7 D

Seruaci per eſſempio, che ci ſia propoſto un mezo cerchio, che ſia B C D, *il diametro del quale*

sia B A D, *che passi per il centro* A, *& sia braccia* 14. *et lo arco* C B D *braccia* 22. *multiplichisi adunque il mezo diametro* A B *nell'arco* B C, *che è la metà di esso* B C D, *cioè* 7. *per* 11. *et ce ne uerrà* 77. *dicesi che tante braccia sarà lo spazzo del propostoci mezo cerchio.*

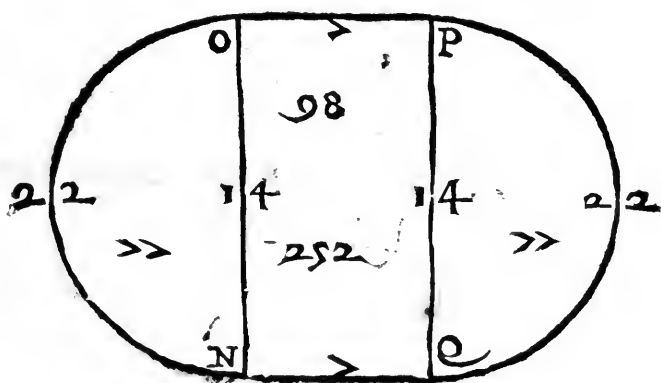
Come si misurino i campi, che sono più, ò meno, che mezi tondi. Cap. XXIX.

L MEDESIMO *vorrei si giudicasse di qualunque partitore del cerchio: perciochе se si multiplicherà la metà del diametro per la metà dell'arco, che è intrapreso dal partitore, si harà la quantità delle braccia del campo intrapreso dal partitore, & dalla portione, che li tocca del cerchio. Partitore si debbe intendere per quei* 2. *mezi diametri, che non andando ad un filo, intraprẽdono quella portione di cerchio, che tocca loro; si come mostra la figura* E F I, *ouero* F I G, *ouero la* G I E *in disegno. Della quale sia per nostro essempio tutto il cerchio intero braccia* 44. *& l'arco* E F G *braccia* 30. *& ciascuno dello* E F, *&* F G *braccia* 15. *& il mezo diametro di esso cerchio braccia* 7. *Se noi uorremo adunque misurare lo spazzo dello intersecatore, ouero partitore* E I F, *ò dell'altro* F I G, *multiplichisi il* 7. *del mezo diametro per la metà di uno di quei duoi* 15. *cioè in* $7\frac{1}{2}$ *et ce ne uerrà* $52\frac{1}{2}$. *et tante brac*

cia diremo, che sia lo spazzo di E I G, *disperse, & il simile quello del* F I G. *Et se noi multiplicheremo il medesimo 7. del mezo diametro nel* 15. *cioè nella metà dell' arco* E F G, *ce ne verrà* 105. *che saranno le braccia della figura* E F G, *come ne dimostra il* 52. ½ *addoppiato insieme. Talche per la medesima ragione la figura* E I G, *sarà braccia* 49. *Misurisi ancora la portion maggiore, & la minore di questo cerchio in questo modo. Sia per modo di dire nel nostro cerchio* E F G K *la corda* E G *braccia* 12. *che diuida la portione del cerchio maggiore* E F G, *dalla minore* E K G, *et sia la parte del diametro* F K, *che viene intrapresa fra il centro* I, *& la corda* E G, *cioè* I K *braccia* 3. ⅔ *& tutte le altre cose siano, come le ponemmo di sopra, & come le dimostra la figura. Misurisi adunque la prima cosa il partitore* E F G I, *& sia il suo spazzo come prima braccia* 105. *multiplichisi dipoi lo* I K *à piombo per la metà della corda* E G, *cioè* 3. ⅔ *in* 6. *& ce ne verrà* 22. *ilche sarà à punto lo spazzo del triangolo di duoi lati uguali* E I G. *raccolgasi dipoi insieme* 105. *&* 22. *et ce ne verrà la quantità della propostaci portione maggiore del cerchio, che sarà* 127. *Et se noi trarremo lo spazzo del detto triangolo di duoi lati uguali* E I G, *da tutto il partitore* E I G K, *lo spazzo ouero campo del quale trouammo poco fà, che era à punto braccia* 49. *uedremo chiaramente, che ce ne resterà lo spazzo della portione minore* F K G, *che sarà braccia* 27. *et è questo modo, che al presente si è mostro esatto, & più preciso, come si vede, che gli altri modi, che usa il vulgo.*

Come si misurino i campi, che hanno dell'ouato. Cap. XXX.

DA QVEL che si è detto si vede manifesto, come si possino misurare i campi, ò le figure, che habbino dell'ouato: come è la figura, che qui di sotto si vede segnata LM, perciochè tirata la corda LM, se ne farà due portioni di cerchio vguale l'una all'altra, gli spatij delle quali portioni, ritrouati per quella uia, che si è detta di sopra, se si raccorranno insieme, ci daranno il tutto di esso campo, ouero figura ouata LM. Seruaci per essempio, che la corda LM, sia braccia 12. & l'uno, & l'altro de gli altri archi braccia 14. sarà lo spazzo di qual si uoglia portione braccia 27. le quali raccolte insieme faranno braccia 54. che tanto è il tutto della figura ouale, che quì è disegnata.

Come si misurino i campi, che hanno del quadrilungo, & dell'ouato. Cap. XXXI.

NE MANCO facilmente si può misurare un campo, che sia di figura ouale, et quadrilunga, come è lo NOPQ: perciochè misurati amenduoi gli spazzi de mezi cerchi, & il quadrilungo ad angoli à squadra, mediante quelle regole, che habbiam dette di sopra, i quali spazzi raccolti

colti insieme, ci daranno la quantità delle braccia dello intero spazzo di questa così fatta figura: come per essempio, se l'arco di qual si voglia mezo cerchio fusse braccia 22. & la linea che li diuide NO, ouero NQ, fusse braccia 14 & ciascun de lati OP, & NQ braccia 7 sarà lo spazzo di qual si voglia di questi mezi cerchi braccia 77. & lo spazzo del quadrilungo ad angoli retti, sarà braccia 98. i quali numeri raccolti insieme saranno 252. che saranno la quantità delle braccia di tutto il nostro presuppostoci campo NOPQ & il medesimo si può fare similmente di tutte quelle figure, che saranno composte di qual si voglia portion di cerchio, et di linee rette: et non ci potrà scadere forma, ò figura alcuna piana di qual si voglia sorte, che con le sopradette regole non si poßa misurare.

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

DI COSIMO BARTOLI

Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO TERZO.

Come si misuri vn corpo quadro come vn dado. Cap. I.

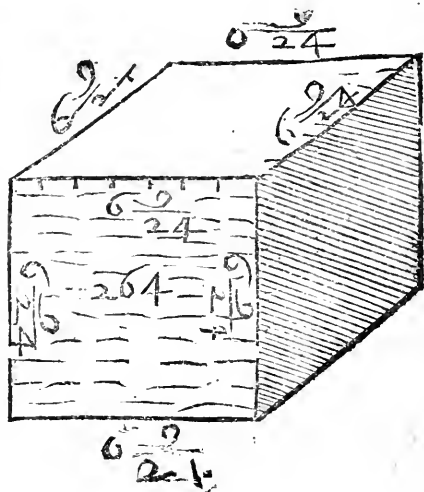
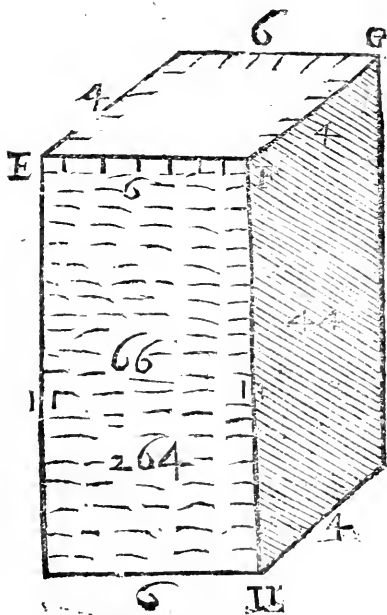
VOLERE misurare i corpi, è ragioneuole cominciar prima da quelli, che sono di angoli retti, ò à squadra. Per procedere quanto più si può ordinatamente, & per fare questo, comincieremoci dal dado, fatto di sei superficie quadre vguali fra loro, & ad angoli retti, chiamato da Latini Cubo, che è vno de corpi regolari. Multiplichisi adunque la superficie quadrata già trouata, secondo la regola data nel 11. Cap. del secondo paßato libro, esser braccia 25. nel lato di se stessa; & quel che ce ne verrà, sarà la quantità del detto Dado. Seruaci per essempio, che il nostro Dado sia ABCD, ciascun lato delquale sia braccia 5. se si multiplicherà il 5. per se stesso, ci darà 25. che saranno le braccia di vna superficie di esso. Multiplichisi dipoi vna di esse superficie per vn lato, cioè per 5. et haremo 125. che sarà à punto il numero delle braccia di tutto il Dado: le quali braccia si debbono intẽdere quadre per ogni uerso, cioè il sodo, ouero la grossezza. Et se si raddoppierà il numero 125. ce ne verrà 250. la radice

cubica

cubica del quale ſarà 6. $\frac{9}{17}$ che ſarebbono la quantità delle braccia di vn lato di vn Dado, maggiore per il doppio, che il detto ABCD: *et il ſimile ſi potria giudicare, ſe ſi rinterzaſſi, ò rinquartaſſi à proportione. Ma per eſſempio, ponghinſi ſoli duoi diſegni in queſto modo, cioè lo* A B C D *per il primo Dado, et* E F G H *per lo addoppiato; ben prego, che chi legge, habbia auuertenza, che per tali dimoſtrationi è forza moſtrare detti Dadi in proſpettiua.*

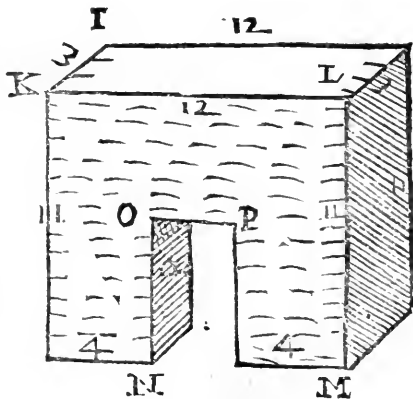
Come ſi miſuri vn corpo di angoli retti, ma che habbi la metà de lati maggiori, che li altri. Cap. II.

Q*VASI nel medeſimo modo ſi miſurerà vn corpo, ouero dado, ancor che ſia da vna parte più lungo, che harà gli angoli retti, ò vogliamo dire à ſquadra. Percioche ſe noi multiplicheremo vna qual ſi voglia ſuperficie qua-*

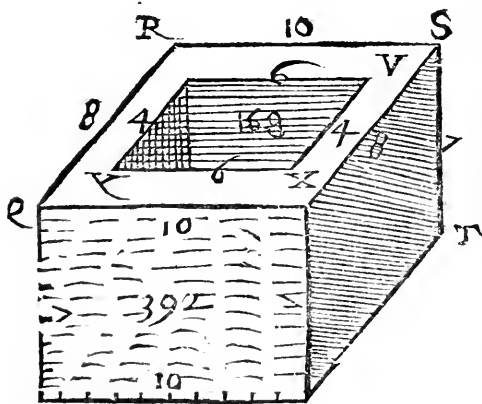
drata, ad angolo retto di quelle che terminano detto corpo, ò dado, in un lato di quelli, che con essa si riscontrano ad angol retto; ce ne uerrà la grossezza di questo dado lungo. Misurisi adunqne lo spazzo di qual si uoglia superficie secondo la regola dello II. cap. del passato libro; et quel che ce ne uerrà, multiplichisi, come qui di sotto si dirà. Sia il dado lungo E F G H, il lato E F del quale sia braccia 6. & il lato F G braccia 4. & lo F H braccia II. et i lati di contro li sieno sempre uguali. Multiplichisi adunque il 6 per 4. & ce ne uerrà 24. il qual 24. multiplichisi per II. & ci darà 264. Ouero multiplichisi II. per 4. & ce ne uerrà 44. il qual rimultiplicato per 6. ci darà 264. Ouero multiplicato II. per 6. ci darà 66. il quale rimultiplicato per 4. ci darà pure 264. le quali saranno le braccia del nostro dado più lũgo da una parte, che dall'altra.

Et se

Et se ei si trouerà la radice cubica di esso 264. come è $6\frac{0}{24}$ se ne farà vn dado di tante braccia per ciascun lato, che sarà à punto vguale al primo propostoci dado da vna parte più lungo: come nelle figure disegnate si vede. Et il detto dado lungo si potrà mediante la passata regola addoppiare, rinterzare, ò rinquartare à piacimento.

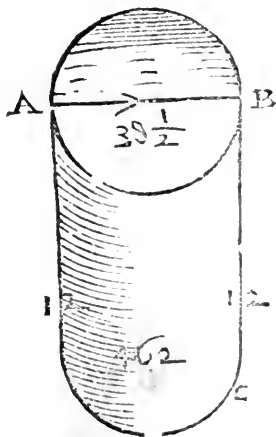
Come si misuri vn corpo di muraglia, ò d'altro, che sia à squadra, ancor che in esso siano alcuni vani, ò finestre. Cap. III.

M*EDIANTE le cose dette si vede, quanto sia facile misurare vn corpo di una muraglia, ò d'altro fatto à squadra, ancor che in esso siano alcuni uani, ò finestre. Seruaci per essẽpio, che il muro, ò corpo di muraglia sia* I K L M, *la grossezza* I K *del quale sia braccia 3. et la larghezza* K L *braccia 12. & l'altezza* L M *braccia. 11. nella qual muraglia sia vn vano, ò porta, che sia* N O P, *alta braccia 6. et larga 4. multiplichisi 12. per 3. & ce ne verrà 36. il quale multiplicato per 11. ci darà 396. Multiplichisi dipoi 4. per 3. che ci darà 12. il qual multiplicato per 6. ci darà 72. traggasi dipoi 72. dal 396. & ce ne resterà 324. Dicesi, che 324. braccia quadre è il propostoci muro, ò corpo di muraglia, ò d'altro* I K L M.

Come

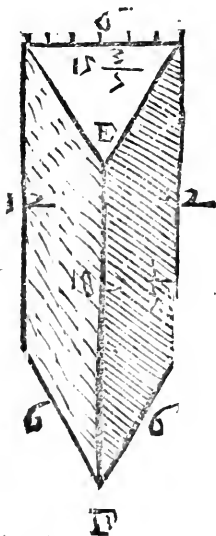
Come si misuri vn corpo ad angoli retti, che sia voto dentro. Cap. IIII.

IL MODO *passato dichiara, come si possa misurare vn corpo di muraglia, ò di pietra, ò di marmo, che fusse uoto dentro. Perciochè presuppostoci, che il nostro corpo simile sia* QRST: *la larghezza di fuori del quale* QR, *sia braccia 8. et la lunghezza* RS, *braccia 10. et l'altezza* ST, *braccia 7. et il vano del voto di dentro* VX, *sia per larghezza braccia 4. et per la lunghezza* XY, *braccia 6. et l'altezza quella stessa di prima. Multiplichisi primieramente 10. per 8. et ce ne verrà 80. il qual si multiplichi per 7. et ce ne verrà 560. Multiplichisi dipoi 6. per 4. & ne uerrà 24. il quale rimultiplicato per 7. ci darà 168. Traggasi adunque 168. di 560. et ci resterà 392. dicesi che tante braccia sarà il corpo della muraglia propostoci* QRST. *Il medesimo si potrà fare corrispondentemente de gli altri. Di maniera che se si essaminerà una uolta diligentemente quanti barili di acqua, ò di vino, vadino per braccio quadro; potremo facilmente sapere, quanto tenga questo, ò altro uaso quadro fatto di linee diritte ad angoli retti: che ne và cinque per braccio quadro.*

Come si misurino le colonne generalmente. Cap. V.

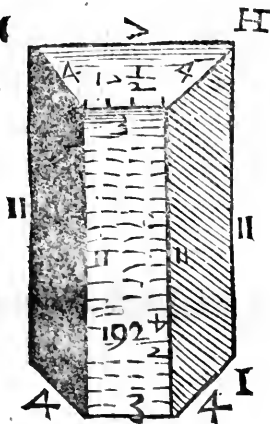
LE COLONNE sono corpi lunghi, che da piede, et da capo hanno base vguali, et da per tutto sono di una medesima grossezza. Nè mi è però nascoso per questo, che secondo le regole della architettura, elle si uariano in diuersi modi, facēdole nel mezo più grosse, et ristrigendole à collarini secōdo i generi, et le opportunità, ò uoglie delli Architettori: ma in questo luogo io intendo di parlare di un corpo fatto à guisa di colōna; ma di uguale grossezza per tutto, et terminato da base uguali. Quādo adūque la uorremo misurare, multiplichisi la prima cosa la circonferentia della basa nella altezza, ò uogliam dire lūghezza della colōna, et tal multiplicato sarà lo spazzo, ò uogliam dire la superficie di detta colōna per la lunghezza; alla quale aggiungendo amēduoi gli spazzi dell'una, et l altra basa, haremo la intera superficie di tutta la colonna. Multiplichisi dipoi questa superficie per la lunghezza della colonna, & haremo le braccia quadre della grossezza di detta colonna.

Sia la detta colonna uguale per tutto A B C, *la quale i Latini & i Greci chiamarono Cylindro; & il suo diametro* A B, *cosi da piè, come da capo, sia braccia 7. & l'altezza* B C, *sia braccia 12. secondo la regola del ca. 26. del passato libro trouerremo, la circonferētia di qual si è l'una di dette base essere braccia 22. & lo spazzo della basa* 38. $\frac{1}{2}$. *multiplichisi adunque 22.*

que 22. per 12. & ne verrà 264. à quali aggiungasi due volte 38 $\frac{1}{2}$. cioè 77. & ce ne verrà 341. dicesi che tante braccia quadre è tutta la superficie di detta colonna, & se ei si multiplicherà 38. $\frac{1}{2}$. per 12. ce ne verrà la intera grossezza della colonna, che saranno braccia 462. di sodo.

Come si misuri vna colonna, che sia in triangolo di lati vguali. Cap. VI.

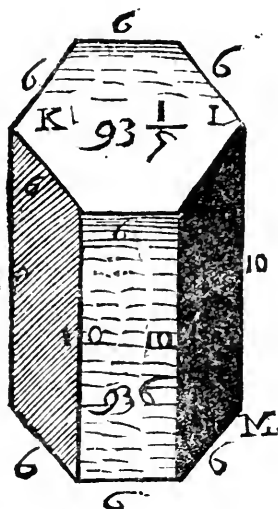
SIA *la colonna in triangolo* DEF, *et i triangoli siano vguali, et di lati uguali da capo et da piede, et ciascun lato del triangolo sia braccia 6. et l'altezza braccia 12. per quella regola, che si dette nel cap. 5. del passato libro trouerremo lo spazzo di esso triāgolo essere braccia 15 $\frac{3}{5}$. & il suo ambito 18. Multiplichisi adunque primieramente 18. per 12. & ce ne verrà 216. al qual numero aggiunghisi due volte il 15 $\frac{3}{5}$. cioè 31. $\frac{1}{5}$. et ce ne verrà 247 $\frac{1}{5}$. dicesi tante braccia quadre. essere la superficie di detta colonna. Multiplichisi dipoi esso 15 $\frac{3}{5}$. per il 12. et ce ne uerrà 187 $\frac{1}{5}$. che faran le braccia della grossezza di detta propostaci colonna in triangolo* DEF.

Come

Come si misurino le colonne di forme quadrate. Cap. VII.

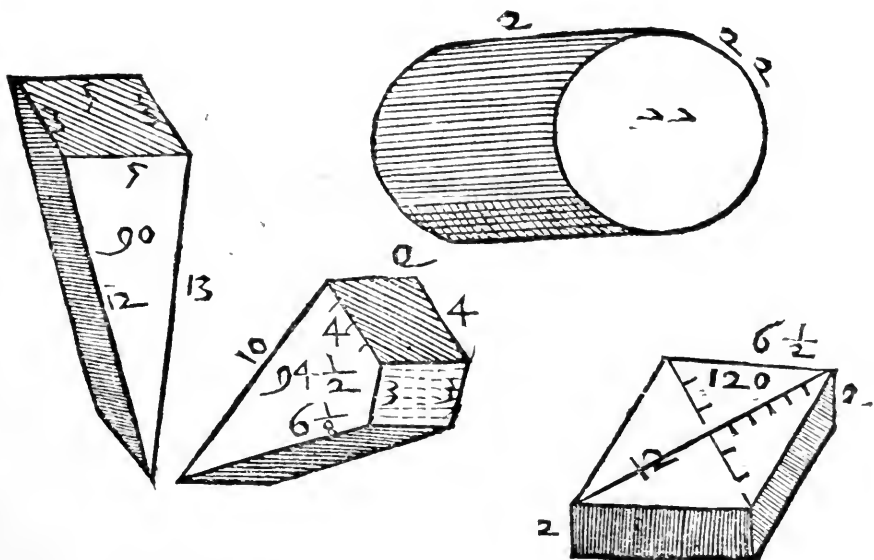
SE LA colõna sarà quadra ad angoli retti, si misurera in quel medesimo modo che dicemmo nel cap. 2. di questo libro, che si misurauano i corpi ad angoli retti, che haueuano una parte de lati, più lũga, che l'altra. Ma se le sue base sarãno irregolari, cioè di lati, & di angali disuguali, trouato lo spazzo della basa, come si insegnò nel cap. 15. del passato libro, si hà nel resto à operare in quel modo, che poco fà si è detto nel capitolo inanzi à questo.

Siaci proposta la disegnata colonna GHI, di forma quadrangolare, & quanto alla basa di lati, & di angoli disuguali, se ben le base respettiuamente sono fra loro uguali. I lati maggiori delle quali base siano braccia 7. l'uno, et quei de fianchi braccia 4. l'uno, & quei dinanzi braccia 3. l'una, & l'altezza di detta colõna sia braccia 11. Sarà dunque lo spazzo di questa basa, secondo la regola del 15 ca. del paßato libro braccia 17 $\frac{1}{2}$. & il suo ambito braccia 18. Multiplichisi adũque 18. per 11. et ce ne uerrà 198. al quale aggiũgasi due uolte 17 $\frac{1}{2}$. cioè 35 et ce ne verrà 233. che saranno le braccia di tutta la superficie di questa colonna quadràngolare. Multiplichisi dipoi 17 $\frac{1}{2}$. nel medesimo 11. et ce ne uerrà 192 $\frac{1}{2}$. il qual

qual numero sarà à punto la quantità delle braccia della grossezza di detta colonna G H I.

Come si misuri vna colonna di sei facce. Cap. VIII.

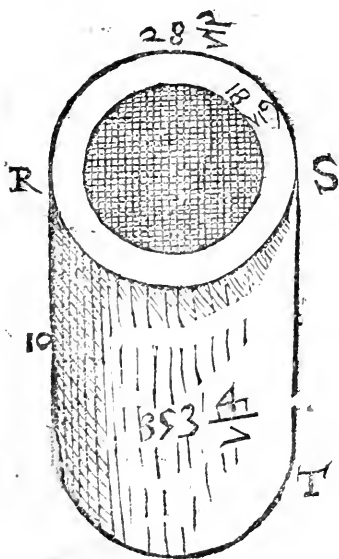
L MODO *di misurare la colonna di sei facce, potrà suegliare gli ingegni di coloro, che leggono, à potere trouare il modo di misurare le altre colonne, che hauessino diuersi et uarij angoli. Sia la colonna di sei facce* K I. M, *l'altezza della quale sia braccia* 16. *& qualunche lato delle sei facce, sia braccia* 6. *sarà adunque la sua circonferentia braccia* 36. *& lo spazzo braccia* 93. $\frac{3}{5}$. *secondo la regola data nel* 23. *cap. del passato libro. Multiplichisi adunque* 36. *per* 16. *& ce ne verrà* 576. *al quale aggiungasi due volte* 93 $\frac{3}{5}$ *cioè* 187 $\frac{1}{5}$. *et ne verrà* 763 $\frac{1}{5}$. *che sono il numero delle braccia di tutta la superficie: multiplichisi adunque dipoi* 93 $\frac{3}{5}$. *per l'altezza, cioè per* 16. *& ne viene* 1497 $\frac{3}{5}$. *& tante saranno le braccia della grossezza di tutta questa colonna. Il simile si potrà fare di tutte le altre colonne simili; nè douiamo marauigliarci se il più delle volte il numero delle braccia superficiali auanza il numero delle braccia della grossezza; imperoche in qualunque braccio di sodo, ò di grossezza, sono braccia sei quadre.*

Come

Come ſi miſurino i rocchi, ò pezzi di qual ſi voglia colonna. Cap. IX.

DALLE regole paſſate ſi uede manifeſto, come ſi poſſa miſurare qual ſi uoglia pezzo, ò rocchio di colōna tonda, ò triangolare, ò quadrangolare; come è il diſegno N, *che pare una macine; ò il diſegno* O, *che è come un conio; ò il* P, *ſimile ad una mãdorla; ò il* Q *forma quadrãgolare di diuerſi lati et angoli: & ſimili altri corpi, che da per tutto ſiano di una medeſima altezza. Perciochè trouati gli ſpazzi delle baſe, come ſi è detto ne' paſſati capitoli. Se le ſi multiplicheranno per l'altezza, ne naſcerà la quantità delle braccia di eſſi corpi, cioè le braccia della groſſezza. Nè fà di meſtiero di moſtrare par-*

ticolar-

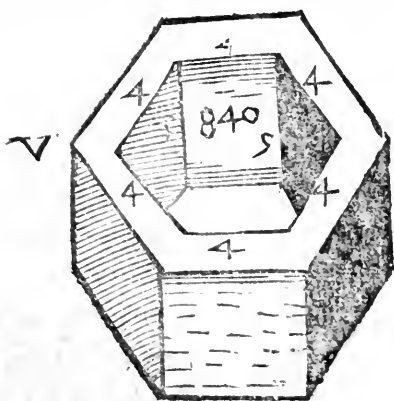
ticolarmente con gli eßempi il modo del misurare qual voglia di questi corpi, potendo occorrerci vna moltitudine di essi infinita: & eßendo la regola data generale per tutti, basti solo porne 4. in disegno con i lor nomi & numeri per dimostratione.

Come si misurino le colonne vote. Cap. X.

BISOGNA *per misurare le colonne vote, trouare la grossezza del tutto; non altrimenti, che se ella non fusse vota, ma massiccia. Et dipoi trouare ancora la quantità del suo voto; & trarlo della grossezza del tutto. Seruaci per essempio vna colonna di lati vguali, & base ancora vguali, che sia* R S T: *l'altezza della quale sia braccia* 10. *il diametro del cerchio di fuori, braccia* 9. *& quel del cerchio di dentro, braccia* 6. *la circonferentia adunque del cerchio maggiore sarà braccia* 28 $\frac{2}{7}$. *& il suo spazzo braccia* 63. $\frac{9}{14}$. *& lo spazzo del cerchio minore sarà* 28 $\frac{2}{7}$. *& la circonferentia* 18 $\frac{6}{7}$. *Multiplichisi adunque primieramente* 63 $\frac{9}{14}$. *per* 10. *& ce ne verrà la quantità di tutta la grossezza, che sarà* 636 $\frac{3}{7}$. *Multiplichisi dipoi* 28 $\frac{2}{7}$. *per* 10. *& ce ne verrà* 282 $\frac{6}{7}$. *traggasi questo numero da* 636. $\frac{6}{7}$. *& ce ne resterà* 353 $\frac{4}{7}$. *& tante braccia viene ad essere la grossezza di*

eßa

essa colonna vota puossi ancora trarre 28. $\frac{2}{7}$ da 63. $\frac{9}{14}$ & multiplicare quel ci resta per 10. & ci accorgeremo di hauere il medesimo numero delle braccia 353. $\frac{4}{7}$

Come si misurino le capacità di qual si voglia corpo, ò vn vaso voto, che sia regolare. Cap. X I.

N*El misurare si fatti vasi piglisi la pianta, ò spazzo del fondo di dentro, & multiplichisi per la sua altezza, ouero profondità, & ci darà la misura di quanti barili sia capace detto vaso, posto però che noi sappiamo prima, quanti barili entrino per braccio quadro. Seruaci per essempio, che un braccio quadro tenga barili 4. de nostri da vino, & sia il uaso di sei facce VX. i lati del quale, et nel fondo, et in bocca ancora siano ugualmente braccia 4. et la sua altezza, ò profondità, sia braccia 5. per tutto sarà adunque lo spazzo del fondo braccia 42. per quel che si mostrò nel 23. cap. del paßato libro; multiplichisi adunque 42. per 5. & ce ne verrà 210. Dicesi, che tante braccia quadre è la capacità del vaso. Et perche si è detto, che qual si uoglia braccio quadro tiene 4. barili de nostri da vino, multiplichisi di nuouo 210. per 4. & ce ne verrà 8 o. Debbesi adunque conchiudere, che il detto vaso tiene barili 840. da vino, & gli*

chiamo e da vino à differentia del barile da olio, che si fà che è minore. Et però auuertiscasi bene, che qualità di liquore, habbi à tenere il vaso; & che quantità sia quella del barile con che si misura detto liquore.

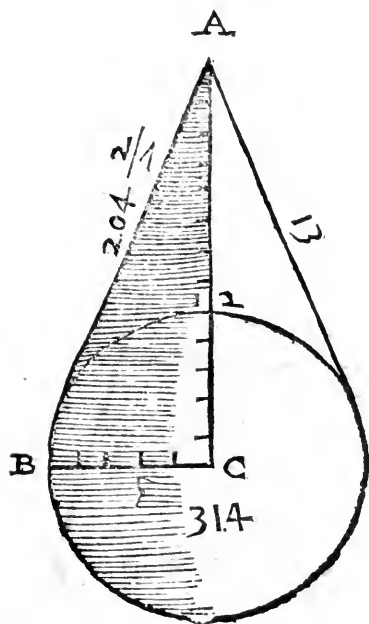
Come si misurino le piramidi. Cap. XII.

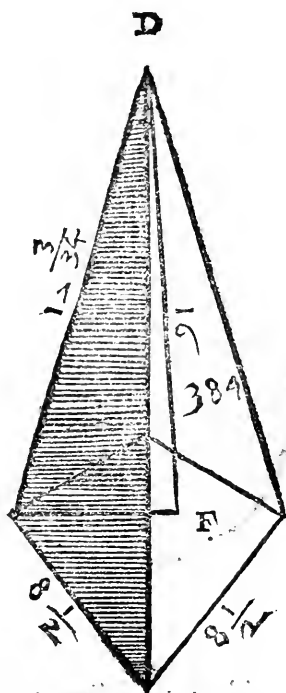
TVTTE *le Piramidi, ò Aguglie, che sono di base, ò lati regolari, si misurano in un medesimo modo. Percioche se si multiplicherà la basa di qual si uoglia piramide regolare per la terza parte della sua altezza, ce ne uerrà la sua grossezza: oueramente se si multiplicherà lo spazzo di essa basa per tutta l'altezza della piramide, & piglisi il terzo di quel che ce ne uerrà, sarà il medesimo Conciosia che qual si voglia piramide à facce è la terza parte di vna colonna, che fusse della medesima altezza, & hauesse la medesima basa. Ilche interuiene ancora delle tonde; pur che l'una, & l'altra, habbino una medesima altezza, & vna medesima basa, come pruoua Euclide al nono cap. del 12. libro. Restaci à mostrare, in che modo si truoua l'altezza di detta piramide, cioè la linea del piombo, che dalla sua punta cade nel centro della basa: ilche faccisi in questo modo. multiplichisi il lato, che stà à pendio di detta piramide, per se stesso et pongasi da parte tale multiplicato; dipoi multiplichisi il mezo diametro del cerchio, della basa pur in se stesso, et traggasi quel che ce ne viene dal multiplicato che si pose da parte, et di quel che ci resta cauisene la radice qnadrata, che sarà la propostaci altezza della piramide.*

Seruaci per essempio, che la piramide sia A B C, *& dalla cima sua* A *fino alla circonferentia della basa sia braccia* 13. *bisogna primieramente trouare la linea del piõbo* AC: *però multiplichisi il* 13.

in se

in se stesso, ci darà 169. posto che tutto il diametro sia 10. torrene la metà, cioè 5. et multiplicato in se stesso ci darà 25. il che tragga si del 169. et ci resterà 144. la radice quadrata del quale è 12. dũque 12. braccia sarà la linea del piombo A C: percioche, secondo la quarantasettesima del primo di Euclide, il quadrato, che si facesse della linea A B, sarebbe uguale à duoi quadrati, che si facessino della linea A C, et della CB. Lo spazzo finalmente del cerchio B C, cioè la basa, è braccia 78 $\frac{4}{7}$ & la sua circonferentia 31 $\frac{3}{7}$ secondo quel che si disse nel c. 25. del passato libro. Multiplichisi adũque 78 $\frac{4}{7}$. per 12. et ce ne uerrà 942. $\frac{6}{7}$. il terzo del qual numero è 314 $\frac{2}{7}$ che è la quantità delle braccia quadre della grossezza della detta piramide A B C. Oueramente multiplichisi il detto 78 $\frac{4}{7}$ per 4 cioè per la terza parte di esso 12. et ce ne uerrà di nuouo 314. $\frac{2}{7}$ come prima. Ma se volessimo sapere le braccia quadre superficiali, multiplichisi il lato A B per la metà della circonferentia della basa, & quel che ce ne uerrà saranno le braccia quadre superficiali della detta tonda piramide. Ouero multiplichisi la basa per il lato medesimo AB, & diuidasi quel che ce ne viene per il mezo diametro B C, percioche ce ne verrà la superficie della pira-

mide, alla quale se si aggiungerà la superficie della basa, haremo la intera superficie di tutta la piramide. Multiplichisi adunque la prima cosa la metà di essi 31 $\frac{3}{7}$ cioè 15. $\frac{5}{7}$ per 13. & ce ne verrà 204 $\frac{2}{7}$. Ouero multiplichisi 78 $\frac{4}{7}$ per 13 & ce ne verrà 1021. $\frac{3}{7}$ ilche partito per 15. ci darà 204 $\frac{2}{7}$ Dicesi che tante sono le braccia superficiali di detta piramide senza la basa, alle quali se si aggiungeranno le 78 $\frac{4}{7}$ della basa, haremo il tutto delle braccia superficiali, che saranno 282. $\frac{6}{7}$. à punto.

Come si misuri vna piramide di quattro facce. Cap. XIII.

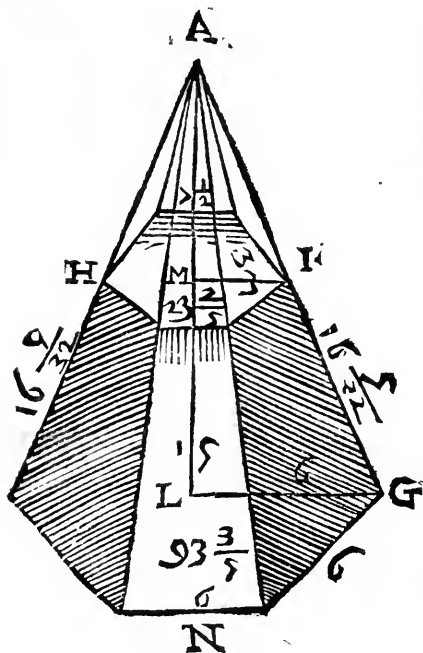
IA la piramide di quattro facce da misurarsi DEF, *ciascun lato della basa della quale sia braccia 8 $\frac{1}{2}$. et la linea, che dalla cima* D *cade in su gli angoli della basa, sia braccia 17 $\frac{3}{4}$. et la meza schianciana della basa, che uà da angolo ad angolo, sia braccia 6. lo spazzo della basa adunque, secondo il cap. II. del passato libro, sarà braccia 72: et la linea del piõbo* DE, *cioè l'altezza della piramide, sarà braccia 16. Se si multiplicherà 6. per se stesso, ha-*

remo

remo 36. & 17 $\frac{3}{34}$ ancora multiplicato per se stesso ci darà 292. dal quale se ne trarremo 36. ci resterà 256. la radice quadrata del qual numero è 16. multiplichisi adunque 72. per il terzo di detto 16. che è $\frac{1}{3}$ & ce ne verrà 384. Ouero multiplichisi il medesimo 72. per 16. et ce ne uerrà 1152. il terzo del quale multiplicato è pure 384. Conchiudesi adunque, che la grossezza di questa piramide è braccia 384 quadre. Et la sua superficie si trouerà facilmente, se trouata la quantità di vna delle sue facce, cioè in quante braccia superficiali elle è dispersè, le accozzeremo tutte à quattro insieme con la superficie ancora della loro basa.

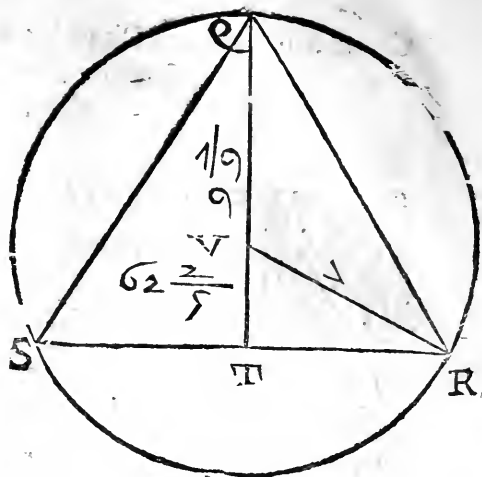
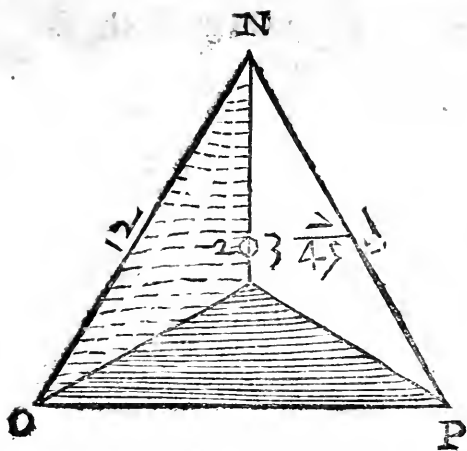
Come si misuri vna piramide, che non fusse intera, cioè vn tronco di piramide. Cap. XIIII.

SE per auuentura ci fusse proposto à misurare un troncone di vna piramide, che li mancasse la punta, ma dalla basa al suo tutto fusse di linee di una medesima lunghezza, faccisi in questo modo. Tirinsi le linee de suoi lati insino à tanto, che congiungendosi insieme terminino il tutto della parte che manca: dipoi misurisi tutta la piramide, secondo la passata regola. Misurisi ancora dipoi il supplemento della piramide, che si è fatto di linee, non altrimenti che se fusse una piramide dispersè; Et quel che di questa ci uerrà, si tragga della misura di tutta la piramide maggiore, et quel che ci rimarrà, sarà la grossezza del troncone della piramide, ouero della piramide spezzata. Seruaci per essempio, che questa piramide rotta sia di 6. facce GHI, *terminata dalla basa di sotto, et della rottura di sopra, che sieno facce piane di sei lati l'una con angoli fra loro uguali, et le sei facce de lati sieno ancora fra loro uguali ciascuna delle quali sia*

 braccia

braccia 6. & i lati della rottura, ò piano di sopra, siano braccia 3. l'uno. Pōghinsi duoi regoli à diritto per lo lūgo de duoi lati opposti l'uno all'altro, talmente lūghi: che andādo ad unirsi insieme, terminino la lunghezza della Piramide, come se non fusse rotta: et doue detti regoli concorrono à congiungersi insieme, sia il K, *& il lato* G K *braccia 16 $\frac{5}{32}$.* H K *braccia 8 $\frac{1}{16}$. sarà adunque la linea del piombo* K L *braccia 15. &* K M *braccia 7 $\frac{1}{2}$. & la pianta della basa, ouero spazzo di tutta la Piramide, sarà braccia 93 $\frac{3}{5}$. & lo spazzo della rottura ò piano di sopra* H I, *braccia 23 $\frac{2}{5}$. talche per le sopradette cose la grossezza di tutta la Piramide, sarà braccia 468. quadre. Et la grossezza della Piramide minore* H K I, *sarà braccia 58 $\frac{1}{2}$. se si trarrà adunque 58 $\frac{1}{2}$. del 468. ce ne resterà 409 $\frac{1}{2}$. Dicesi la Piramide rotta, ò moza essere braccia 409 $\frac{1}{2}$. cioè la sua grossezza.*

Come

Come si misuri una Piramide di quattro triangoli uguali, che si potrebbe chiamare quattro base. Cap. XV.

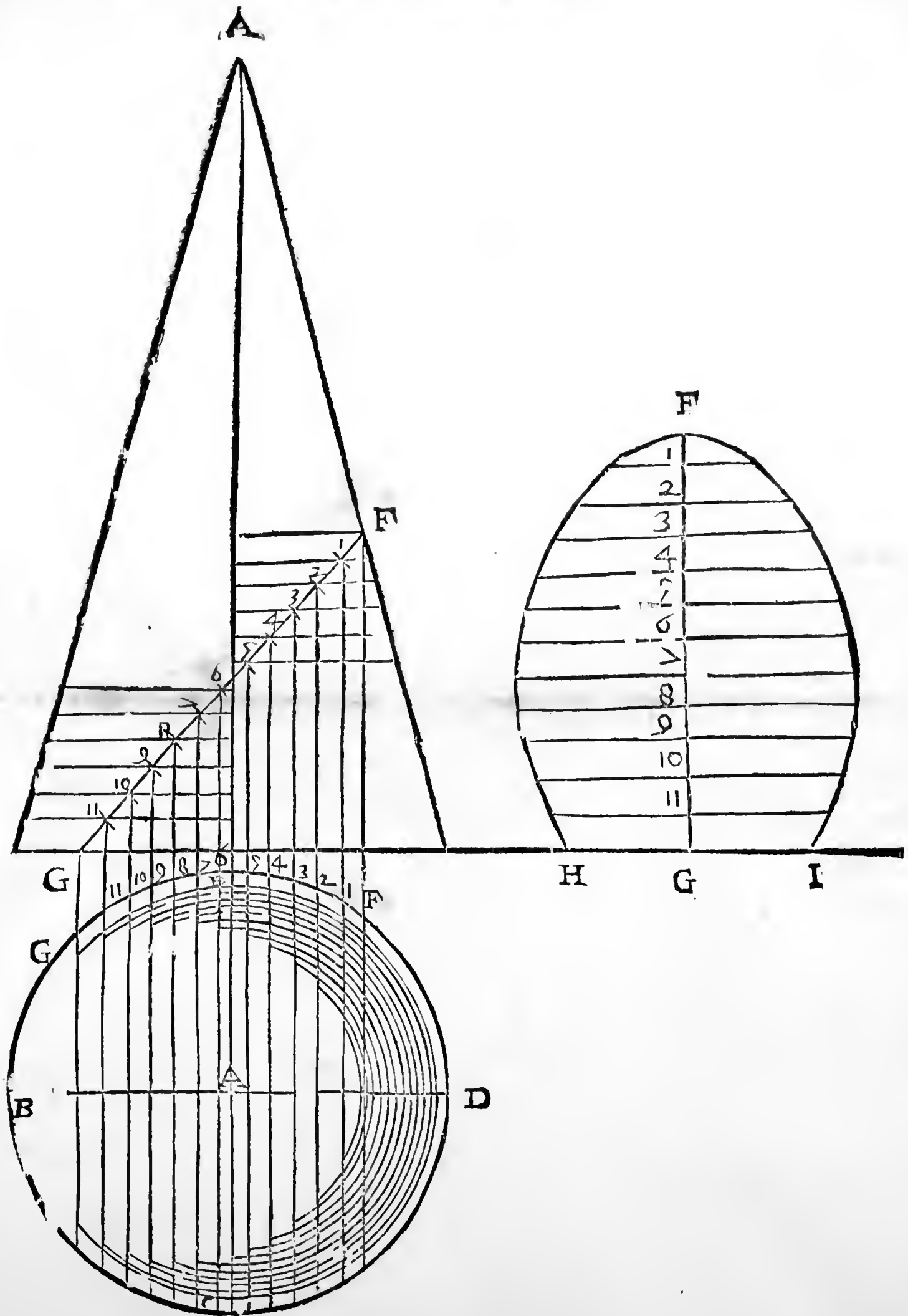
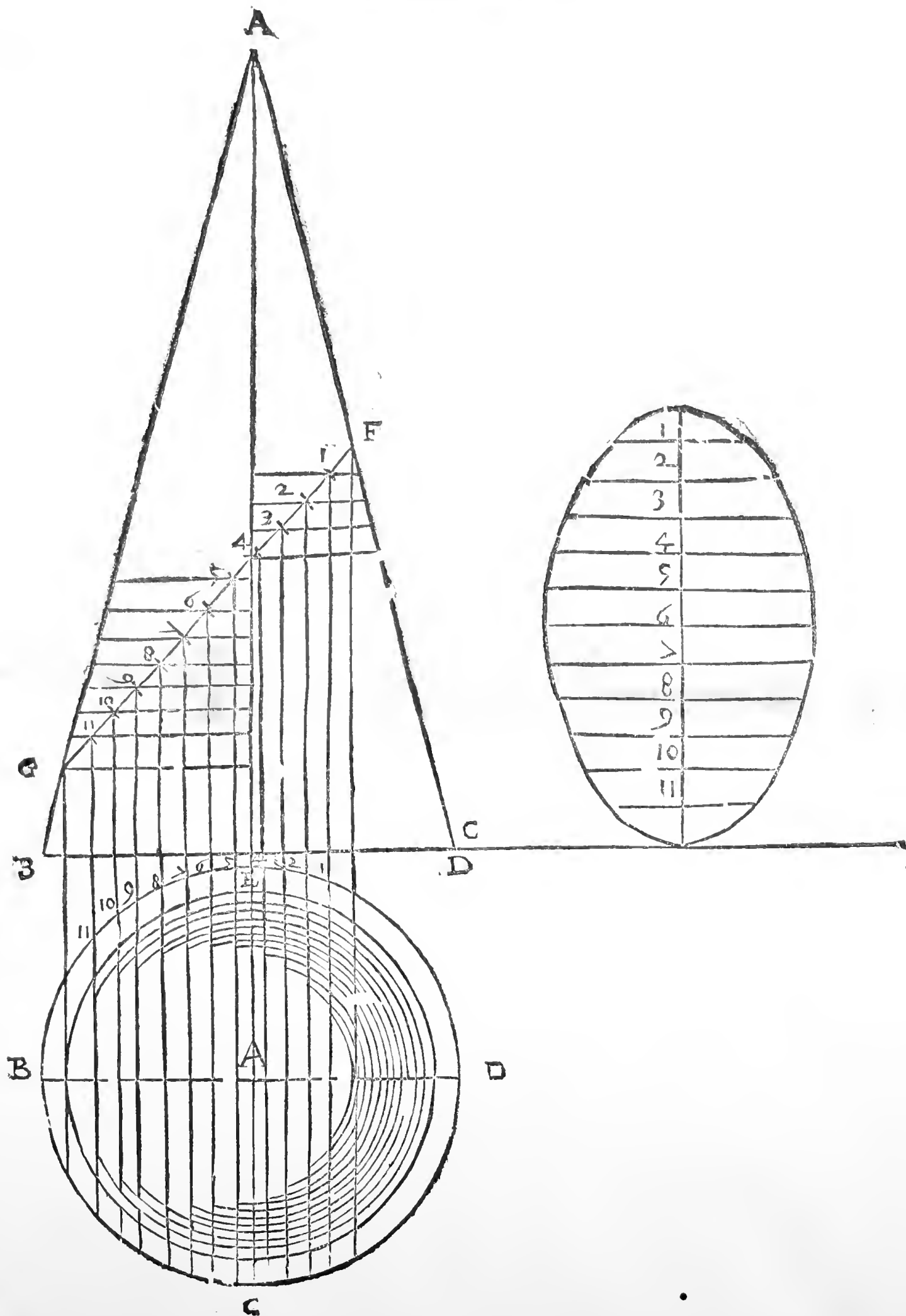
MEDIANTE *le passate regole si vede manifesto, come si può misurare una Piramide, che fusse fatta di quattro triãgoli uguali, uno de quali seruisse per basa, & gli altri tre per i lati. Seruaci per essempio, che la presẽte figura segnata* N O P, *sia la nostra propostaci piramide ciascun lato della quale sia braccia* 12. *et il mezo diametro del cerchio, che fusse dissegnato intorno à qualunque si vogli di detti triãgoli, sarebbe braccia 7. et la linea del piombo, che da qual si uoglia angolo cadesse sul mezo del lato à detto angolo opposito, ò contrario, sarebbe braccia* $9\frac{7}{9}$. *& lo spazzo di qual si uoglia triangolo di lati uguali saria braccia* $62.\frac{2}{5}$ *come si vede nel disegno segnato* Q R S, *che il mezo diametro del cerchio tirato intorno allo spazzo del triangolo* R V, *è braccia 7. di quelle medesime, che il lato del triangolo è* 12. *& la linea del punto* Q T, *è braccia* $9\frac{7}{9}$. *talche da queste cose si può vedere che lo spazzo di qual si uoglia triangolo è braccia* $62\frac{2}{5}$. *perilche la grossezza tutta della Piramide di quattro triangoli* N O P, *è tutta braccia* 203 $\frac{7}{45}$. *sode, cioè braccia* 203. *& quasi vn sesto di braccio. Del che eccone le figure.*

Come si misuri vna piramide tonda, per volerne segandola cauarne vn'ouato. Cap. XVI.

Olte volte può occorrere alli artefici, che di una piramide tonda, ò di porfido, ò di diaspro, ò d'altra pietra fina, ò forse gioia, gli bisogni segãdola cauarne un' ouato, non perdendo punto di detta pietra, ò gioia, se non quanto porta uia nel passare la sega; et che segata la piramide ci scuopra quella forma dell' ouato, che ci saremo presupposta, et che cauare se ne possa, secondo che importa la grossezza, & l'altezza di detta piramide. Per la qual cosa ci bisogna considerare prima, in quanti modi si può segare la piramide: i quali modi sono quattro; ò à trauerso; ò à schiancio, senz'arriuare alla basa; ò à schiancio, & tagliare anco parte della basa, ouero per lo lungo secondo il piombo di detta piramide.

Quãto à trattare del primo modo, cioè del segarla per trauerso non mi distẽderò nel parlarne, perche dãdoci tali segature sempre

forme

A
F
F
G
H
G
I
G
B
D
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

A
F
G
C
B
D
E
A
B
D
C
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

forme tonde, si può con un paio di seste con le pũte torte all'indentro, pigliare sẽpre la grossezza in ogni luogo della piramide, et secondo che uorremo maggiore, ò minore diametro quiui dirizare il filo per la sega. Ma quando ne vorremo, segãndola à sbiancio, cauare una forma ouata, faccisi in questo modo. Dicasi, che la piramide sia A B C D E, & che la sua linea del piombo sia A E, di braccia 2. & il suo diametro B D, braccia 1: & che se ne uogli cauare un'ouato alto braccia 1. & largo ⅔ di braccio: rizzisi per formare l'ouato una linea di un braccio, che sia F G; et diuidasi in 12. parti uguali, & da ciascuna diuisione tirinsi linee fra loro parallele, che faccino angoli à squadra con la F G nelle loro intersecationi, alle quali, cominciando da F, applichinsi i numeri 1. 2. 3. 4. etc sino à che il 12. venga al G. Diuidasi dipoi il lato della piramide A D in due parti vguali, & detta diuisione si chiami F: et presa poi l'altezza F G, che si ordinò per formare l'ouato, con le seste, trasportisi nella piramide; talche il piè delle seste, che nella linea per l'ouato si pose alla F, torni alla F della piramide: & con l'altro guardisi, doue si interseghi il lato AB di essa piramide: et quiui fatto un pũto, si chiami G: talche haremo di già trasportata l'altezza dell'ouato nella piramide, ma à sbiancio, alla quale applichinsi le diuisioni & i numeri che hà l'altra, & da ciascuna diuisione tirinsi linee trauerse dal piombo A E della piramide sino al lato A D, che serbino sempre la vguale altezza, che tocca loro fra esse & la basa: & ciò si faccia insino à tanto, che le diuisioni non passano la linea del piombo A E; perciòche quando le diuisioni passano la linea del piombo uerso il lato A B, bisogna anco tirare dette trauerse dal piombo al lato AB. Fatto questo, disegnisi un cerchio sotto la piramide: che habbi tãto diametro, quãto hà la piramide, et il suo centro uẽga à diritto del piombo A E. questo cerchio rappresentando la pianta della

piramide

piramide, segnisi ancor esso ABCDE. *Tirinsi dipoi da ciascuna delle diuisioni della* FG *della piramide linee diritte parallele fra loro, & fra il piombo* AE, *che vadino à diuidere cosi la piramide, come la pianta, nella parte della quale* BED, *che vien diuisa dalle dette, notinsi i numeri per quell'ordine, che si notarono di sopra. Aprinsi dipoi le seste per la larghezza, che è fra la linea del piombo* AE, *& la* F, *principio della* FG, *in essa piramide, & trasportando questa distantia nella pianta, tenendo fermo un piè delle seste nel centro* A, *tirisi una portione di cerchio, qual ci daranno le seste dalla linea del numero* 1. *nella pianta fino à tãto, che passando per il diametro* AD, *termini nell'altra parte di detta linea* 1. *talche ella diuenti corda di quest'arco. Tornisi dipoi nella piramide à pigliare l'altra distantia fra la linea del piombo* AE, *& il lato* AD, *del numero, ò diuisione* 2. *& trasportisi nella pianta, & con un piè delle seste fermo pur nel centro* A, *tirisi quella portion di cerchio, che tocca alla linea* 2. *della piãta, come si fece della linea* 1. *talche una parte di detta linea* 2. *diuenti corda di detto arco, che le tocca. Et cosi successiuamẽte si facci di tutte le altre, sino à tãto che i numeri nõ passano la linea del piombo, come si vede il* 4 *nel disegno, che è fra il piombo, & il lato* AD. *Ma quando i numeri sono fra il piombo, & il lato* AB, *bisogna pigliare queste distantie fra il piombo, & il lato* AB, *come interuiene della diuisione segnata* 5. *& trasportarla nella piãta, et far come delle altre, quella portione di cerchio, che tocca à detta linea* 5. *della pianta, talche parte di essa ne diuẽti corda. Et cosi seguire di fare di tutte. Trasportate, che haremo tutte le distantie nella pianta, & tirati i loro archi, piglisi la corda intrapresa del primo arco segnato* 1. *& trasportisi nella linea* 1. *dell'ouato* FG, *et cosi tutte l'altre, ma ciascuna però respettiuamente à numeri corrispondentisi, & vedremo, che come il diametro* BD

della

della pianta diuide le corde di detti archi, così la F G *dell'ouato diuide à corrispondentia le parallele, ò corde dell'ouato. Vedremo oltre questo, che la corda dell'arco 6. sarà à punto la larghezza del nostro ouato, cioè* $\frac{2}{3}$. *conciosia che ella è la linea della diuisione della schianciana* F G, *che la diuide à punto nel mezo. Adunque la piãta ci mostra, che quando la sega sarà passata per la linea* F G *della piramide, et la harà diuisa, haremo un'ouato simile à quello ci eramo proposto, alto* I. *braccio & largo* $\frac{2}{3}$. *Et ricordiamoci, che à voler mantenere la lunghezza, & la larghezza di tale ouato, non si può porre in cosi fatta piramide il filo per la sega in altro luogo, che nel detto; perche si uarierà sempre la forma dell'ouato, ogni volta che trasporteremo, ò più sù, ò più giù nella piramide, detta* F G: *cõciosia che trasportãdola in sù, la larghezza diuẽta sempre minore: & trasportandola in giù, maggiore: manterrebbesi adunque l'altezza, & nõ la larghezza, come ancora, se uolessimo trasportare, ò più sù, ò più giù, la stessa larghezza, si uarierebbe la lunghezza. Et questo basti quanto al cauarne l'ouato, la larghezza, ò lũghezza del quale, hauẽdo hauuti questi auuertimẽti, si potrà pigliare à corrispondentia più sù, ò più giù, come ci tornerà più commodo.*

Ma quando si uolesse cauare di detta piramide vna faccia, ò forma, che non fusse ouata del tutto, ma che hauesse da piede una basa, bisogna considerare; che larghezza noi vogliamo, che habbi detta basa di tal faccia, ò forma, & trasportarla nella pianta talmente, che diuenti corda di quell'arco, che li tocca, et per essempio dicasi, che la pianta, et la piramide sia la medesima, che la passata; & che ne vogliam cauare una forma, che sia parte di ouato, alta medesimamente un braccio, & larga nella sua basa $\frac{2}{3}$. *aprinsi le seste per la larghezza di detti* $\frac{2}{3}$. *& trasportisi nella pianta ad angoli à squadra del diametro* B D, *& si chiami* H I, *la quale tirisi*

in lungo

in lungo sino nella basa della piramide; & doue la tocca, quiui si segni G: aprinsi poi le seste all'altezza di vn braccio; & fermo vn piè di esse in detto G, veggasi doue l'altro interseca il latto A D della piramide, & quiui si segni F; & tutto il resto si operi nel medesimo modo, che si fece nella operatione passata; et nella fine di tale operatione vedremo la forma dell'ouato essere, quale ci mostra il disegno che segue, che sarà alto braccia 1. et largo da piè $\frac{2}{3}$ nè si può di cosi fatta piramide cauare forma simile, che ci dia le dette altezze, & lunghezze in altro luogo; perche variando vno di questi termini, varia sempre l'altro: ma si può bene, tenendo ferma la lunghezza, hauere dal piè dell'ouato più ò meno di $\frac{2}{3}$ secondo ci tornerà più commodo, ò che varieremo nel trasportare la quantità della corda che vorremo in essa pianta, del più, ò del meno de $\frac{2}{2}$ potremo ancora tenendo ferma la larghezza del da piede de $\frac{2}{3}$. fare l'altezza, ò più lunga, ò più corta di detta forma, che già ci proponemmo di vn braccio; come potrà vedere, chi ne farà esperientia con le dette regole: et per maggior dichiaratione veggasi in disegno quel che si è detto.

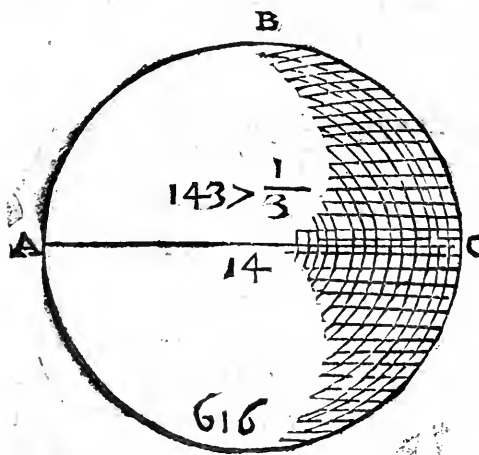
Ma quanto al vltimo modo di segar la piramide per la lunghezza parallelamente al suo piombo; perche facilissimamente solo con il pigliare le altezze dall'altezza della piramide, et le larghezze dalla basa di detta, si può vedere et trouare qual si voglia faccia che ci vogliamo; non ne dirò altro.

Come

Come si misurino i corpi tondi. Cap. XVII.

Pare à molti, come in uero è; che una palla, ouero un corpo sferico, sia il commune ricettò de cinque corpi regolari, come che dentro ad esso si possino disegnare detti corpi, & non dentro à nessun' altro corpo, ò forma di corpo. La detta palla si può misurare in duoi modi, cioè ò la superficie di fuori, ò tutta la grossezza: & per far ciò. Multiplichisi primieramente il diametro della palla per la sua maggior circonferentia; et quel che ce ne uerrà, sarà la quantità delle braccia della superficie di detta palla: et la ragione è; che la superficie tonda è uguale, ò simile ad un cerchio, il diametro del quale fusse il doppio maggiore, che quel della palla. Ouero multiplichisi lo spazzo della circonferentia di detta palla per 4. et ce ne uerrà il medesimo perche la superficie è per quattro tanti dello spazzo, cioè del cerchio descritto in piano intorno al suo diametro. Seruaci per essempio la dimostratione della palla disegnata quì di sotto ABC, *il diametro della quale, cioè q̃llo della superficie, sia braccia 14. adũque per il 26. cap. del libro passato, la circõferẽtia della palla sarà braccia 44. & lo spazzo 154. Multiplichisi adunque 44. per 14. & ce ne uerrà 616. ouero 154. per 4. & ce ne uerrà il medesimo 616. & tante braccia è la superficie di detta palla* ABC.

Ma se noi volessimo sapere la grossezza di detta palla, cioè quãte braccia sode ella è, lo potremo sapere in quattro modi. Primieramente multiplichisi la quantità della superficie della palla per la sesta parte del diametro, ouero la terza parte della superficie nel mezo diametro, oueramente multiplichisi lo spazzo della circõferẽtia in tutto il diametro di detta palla, et piglisene i duoi terzi di tale multiplicato. Cõciosia che secõdo Archimede, quella colonna che

hà per basa il cerchio della palla: & per altezza il diametro di detta palla corrispõde per sesquialtera, cioè per la metà più à detta palla. Vltimamente trouerremo il medesimo, se misurata una piramide tonda, che habbi la basa quanto la circonferentia della palla & alta quanto il mezo diametro di detta palla, & la multiplicheremo per 4 cõciosia che la palla è per quattro tãti di detta piramide, come poco fà si disse. Multiplichisi 616. per 2 $\frac{1}{3}$ che è la sesta parte di esso diametro già detto 14. & ce ne uerrà 1437 $\frac{1}{3}$ ouerамente multiplichisi 205 $\frac{1}{3}$ che è il terzo di esso 616. già trouata superficie per 7. che è il mezo diametro, & ce ne uerrà di nuouo 1437 $\frac{1}{3}$. Et se si multiplicherà 154. per 14. ce ne verrà 2156. i duoi terzi del quale multiplicato sarà medesimamente 1437 $\frac{1}{3}$. Ouero se si multiplicherà 154. per 2 $\frac{1}{3}$ cioè per la terza parte del mezo diametro, ce ne verrà 359 $\frac{1}{3}$ il qual numero multiplicato per 4. farà medesimamente 1437 $\frac{1}{3}$ perilche per tutti questi modi si truoua la grossezza della palla essere 1437. $\frac{1}{3}$. Da questo si può raccorre, così la grandezza di essa meza palla, quanto ancora la grandezza del suo sodo: imperoche, saputa la metà dell'una, et dell'altra, sapremo quel che andauamo cercando.

Potremo trouare ancora il medesimo, se si multiplicherà la circonferentia per il mezo diametro, ouero multiplichisi lo spazzo della detta palla per 2. & haremo la metà della superficie tonda.

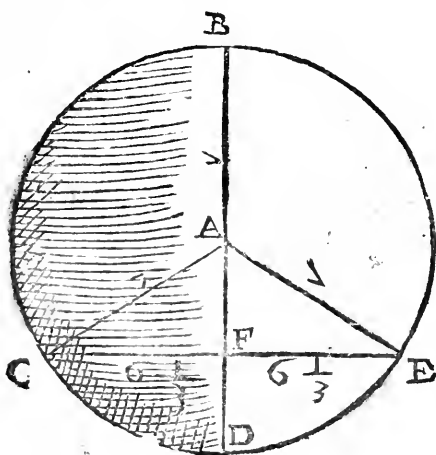
Acciochе

Acciochetutte le cose siano come nel passato essẽpio, multiplichisi 44. per 7. ò 154. per 2. & nell'un modo, & nell'altro, ce ne uerrà 308. che è la metà di 616. al quale se si aggiungerà 154. ce ne uerrà la intera superficie della meza palla, che sarà braccia 462.

Ma se noi vogliamo la grossezza della meza palla, multiplichisi la superficie della palla per la sesta parte del mezo diametro. Ouero la terza parte di essa superficie della palla per il mezo diametro. Ouero lo spazzo del cerchio maggiore per il mezo diametro, & piglisi i duoi terzi del multiplicato. Ouero multiplichisi lo spazzo di esso cerchio, ò circonferẽtia per un terzo del mezo diametro, & raddoppijsi il multiplicato, & ce ne uerrà sempre la meza grossezza della palla. Ma mostrinsi li essempi secondo l'ordine detto di sopra. Multiplichisi 308. per 2 $\frac{1}{3}$ & ce ne verrà 718 $\frac{2}{3}$ ouero multiplichisi 102 $\frac{2}{3}$ che è il terzo della superficie della palla, per 7. che è il mezo diametro, & ce ne verrà medesimamente 718 $\frac{2}{3}$ ouero multiplichisi 154. per il medesimo 7. & ce ne verrà 1078. i duoi terzi del quale è pure 718 $\frac{2}{3}$. Et se si multiplicherà 154. per 2 $\frac{1}{3}$ ce ne verrà la piramide 359 $\frac{1}{3}$ che addoppiata ci farà medesimamente 718 $\frac{2}{3}$ tanta è adunque la grossezza della meza palla, peroche 718 $\frac{2}{3}$ è la metà di 1437 $\frac{1}{3}$.

Come si misuri vn segamento maggiore, ò minore del diametro di vna palla, ò la portion maggiore, ò minore di detta palla. Cap. XVIII.

E noi hauessimo à segare una palla, una parte della quale hauesse ad essere maggiore della metà, et che il segamẽto hauesse ad essere, ò maggiore, ò minore del diametro: faccisi in questo modo per sapere et il segamento, & la superficie, & la grossezza Sia il cerchio

chio maggiore della palla ABCDE, cioè A centro, & B D diametro, et C E sia il filo del segamento minore, che con angoli à squadra interseghi il diametro B D nel punto F, il che uiene ad esser diametro del cerchio minore; che diuenterebbe il piano, ò faccia di tale segatura se per esso passasse la sega, & si facesse due parti disuguali di detta palla, della quale la parte maggiore della meza palla sarebbe CBE, & la minore E D C. Se vorremo vn segamento maggiore del mezo diametro, tirinsi dal C, & dalla E, duoi mezi diametri, che vadino à congiungersi nel cētro A. Dipoi per trouare primieramē te la superficie tonda di amendue queste portioni di palla, auuertiscasi, che corrispondentia habbia quella portione di linea retta AF; intrapresa fra la diuisione C E, & il centro A, con la A C, ò con la AE; et à tale corrispōdentia, ò proportione, traggasi la parte proportionale della metà della superficie tōda, & ce ne resterà la superficie della parte minore, l'arco della qual parte viene ad essere C D E. Et se si aggiungerà la medesima parte proportionale alla metà della superficie sferica, ce ne uerrà la superficie della parte maggiore; della quale l'arco sarà C B E, & la parte della cima B.

Seruaci per essempio, che il diametro B D della palla sia braccia 14. A F braccia 3. & F D 4. & l'altre cose come nell'altra palla, perche il 3. e $\frac{3}{7}$. del mezo diametro lieuisi $\frac{3}{7}$. da 308. come è 132. ce ne

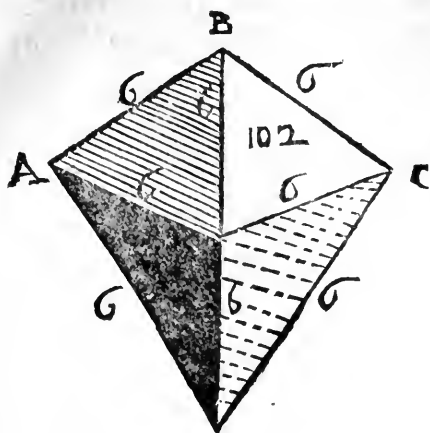
ne resterà 176. dicesi che tāte braccia è la superficie tonda della C D E, portion minore di detta palla. Aggiunghisi dipoi 132. cioè $\frac{1}{2}$. di detto 308. ad esso 308. & ce ne verrà 440. che sarà il numero delle braccia della superficie tonda della portion maggiore C B E. Et quando auuenisse, che sapessimo l'altezza di B E, et volessimo sapere quella di F D, multiplichisi C F, ouero F E, per se stessa: conciosia che le sono fra loro uguali, secondo la terza del terzo di Euclide; & il multiplicato diuidasi per la medesima B F, & sapremo F D. & così per l'altro verso se si partirà questo medesimo multiplicato per D F, haremo la F B. Seruaci per essempio, che dalla quarantasettesima del primo di Euclide si uedrà, che C F, ouero F E, sarà braccia $6\frac{1}{3}$. che multiplicate per loro stesse fanno braccia 40. partasi adunque 40. per 4. & ce ne uerrà 10. et tanta sarà B F: ouero partasi il detto 40 per 10. et ce ne uerrà 4. che è quel tanto, che dicēmo essere F D. Posto adunque, che sappiamo l'altezza di qual si voglia di queste diuisioni, potremo per essa trouare l'altezza dell'altra. Quanto alla grossezza di dette portioni di palla, si truouano in questo modo. Multiplichisi la trouata superficie dell'vna, & dell'altra portione per la sesta parte di detto diametro. Ouero la terza parte dell'una, et dell'altra superficie, per il mezo diametro, conciosia che nell'un modo, & nell'altro si truoua il segamēto maggiore della basa, che è A C B E, & il minore E A C D: perilche se si aggiungerà la piramide, che hà per basa il cerchio minore, & per diametro C E, & per altezza A, ad esso segamento A C B E, ce ne verrà la portione maggiore C B E. Ouero se si trarrà la medesima piramide A C E dal segamento A C D E, ci resterà la grossezza della portione minore. Misurisi adunque inanzi all'altre cose la piramide A C E, come si mostrò nel passato Capitolo, la quale sarà braccia $126\frac{4}{63}$. che son quasi $\frac{1}{16}$. Multiplichisi dipoi 176.

M per

per $2\frac{1}{3}$. *ouero* $58\frac{2}{3}$ *che è il terzo di* 176.*per* 7. *che nell'un modo & nell'altro ce ne uerrà* 410 $\frac{2}{3}$. *che è il numero delle braccia del segamento* ACDE. *Multiplichisi di nuouo* 440.*per* $2\frac{1}{3}$.*ouero* 146 $\frac{2}{3}$.*che è il terzo di detto* 440 *per il detto* 7. *et haremo per l'uno, et per l'altro modo* 1026. $\frac{2}{3}$. *che è il numero delle braccia del segamento* ACBE; *al quale se si aggiungerà* 126. & $\frac{4}{63}$. *ce ne uerrà la portione maggiore* CEB, *che sarà braccia* 1152 $\frac{46}{63}$. *Ouero se si trarrà il medesimo* 126 $\frac{4}{63}$. *del* 410.$\frac{2}{3}$. *ci resterà la portion minore* CBE, *che sarà braccia* 284 $\frac{28}{63}$.& *per fede delle sopradette cose, se si metterà insieme l'uno, & l'altro segamento, cioè* 1152 $\frac{46}{63}$. & 284 $\frac{28}{63}$ *ce ne resulterà nell'un modo, & nell'altro la poco fà ritrouata grossezza della palla, cioè braccia* 1437 $\frac{1}{3}$.

Come si misuri le otto facce, corpo regolare di otto triangoli vguali. Cap. XIX.

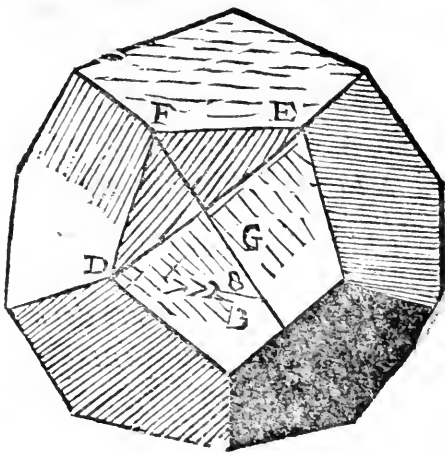
PER le cose dette si uede, come si misuri il quattro base, corpo composto di quattro triãgoli di lati uguali il 6.base, cioè il dado, et come si chiamino corpi regolari fra i cinque di Euclide: restaci adunque à trattare delli altri tre, cioè dell' otto facce, che è composto di otto triangoli di lati uguali fra loro: & del uenti facce, che si fà di uenti triãgoli simili, et del dodici facce, che si fà di dodici pentagoni, che hanno cinque lati per uno. Tratteremo adunque prima dell' otto facce, qual diremo, che sia ABC: *per sapere la grossezza del quale, multiplichisi uno de lati in se stesso; et quel ce ne uiene, rimultiplichisi per il diametro di esso otto facce, et di quel ce ne uiene piglisi il terzo, quale ci darà la proposta grossezza. Conciosia che in questo modo si uiene à fare una colonna à facce, che è per tre tãti di esso corpo di*

po di otto facce. Ma per trouare il diametro, multiplichisi vn lato in se steßo, & addoppisi il multiplicato, & poi se ne caui la radice quadrata secōdo la quarantasettesima del primo, la qual radice sarà il detto diametro. Seruaci per essempio, che ciascuno de suoi lati sia braccia 6. adunque multiplicato per se steßo ci darà 36. & addoppiato ci darà 72. la radice quadrata del qual numero è 8 $\frac{1}{2}$. dicesi che 8. braccia & $\frac{1}{2}$ è il diametro di detto 8. facce. Multiplichisi vltimamente 36 per 8 $\frac{1}{2}$. et ce ne verrà 306. il quale partito per tre, haremo 102. & tanto è il numero della großezza di detto otto facce, cioè 102. braccia sode Et multiplicando lo spazzo di una di eße facce triangolari per 8. ci darà la quantità delle braccia superficiali del tutto di detto otto facce.

Come si misuri il dodici facce fatto di pentagoni, cioè di dodici superficie di cinque lati vguali l'vna. Cap. XX.

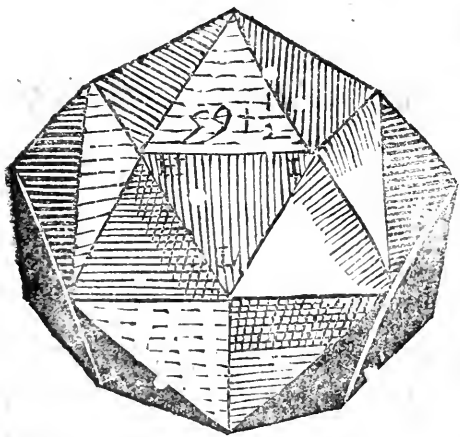
Misurisi vna delle dodici piramidi, secondo che si insegnò nel 12. cap. di questo libro, & poi si multiplichi vna di queste piramidi per 12. & haremo la grossezza di esso 12. facce: conciosia che il 12. facce è diuisibile

in dodici piramidi, le baſe delle quali ſono li dodici pentagoni, che terminano il dodici facce, le punte delle quali ſi uanno à congiungere inſieme nel centro di eſſo dodici facce. Ma per miſurare vna di dette piramidi, è di neceſſità ſapere il fuſo, ò uogliamo dire il piõbo di detta piramide, il quale ſi trouerrà in queſto modo. Multiplichiſi vna linea tirata da angolo ad angolo, la più uicina ſotto ad vno di detti angoli, per ſe ſteſsa; & quel che poi ce ne uiene, multiplichiſi per 3. et di tal multiplicato pigliſi la radice quadrata, che ſarà il diametro del dado, ſopra il quale è fabricato il 12. facce. La metà del qual diametro, ouero radice, multiplichiſi per ſe ſteſsa: et dal multiplicato traggaſi il quadrato del mezo diametro del reſto del cerchio diſegnato intorno à detto pentagono; vltimamente cauiſene la radice quadrata, che ſarà il fuſo, ouero il piombo di qual ſi è l'una piramide pentagonale. Et ſe ſi multiplicherà un lato del pẽtagono diſegnato dẽtro al medeſimo cerchio per ſe ſteſſo, et trarraſsene il multiplicato del quadrato del lato del pentagono; & di quel ci reſta, ſe ne cauerà la radice quadrata: trouerremo à corriſpõdentia il mezo diametro del cerchio diſegnato attorno al detto pentagono: ouero trouato il centro del pẽtagono, quella linea diritta, che da eſso andrà à qual ſi uoglia angolo del pentagono, ci moſtrerrà più facilmẽte il medeſimo. Seruaci per eſsẽpio il dodici facce, l'una delle baſe del quale ſia un pentagono DEF, ciaſcun de lati del quale ſia braccia $4\frac{2}{3}$ & la linea più uicina, che è ſotto all'angolo DEF, ſia DF di braccia $7\frac{3}{5}$. & il mezo diametro del cerchio diſegnato intorno al pentagono ſia braccia 4. Multiplichiſi $7\frac{3}{5}$. per ſe ſteſso, et ce ne uerrà $57\frac{2}{5}$. il qual numero rinterzato ci darà $172\frac{1}{5}$ la radice quadrata del quale, che è il piõbo del quadrato ſopra il quale è fabricato il 12. facce, è $13\frac{8}{65}$ et la metà di q̃ſta radice è 6. & $\frac{73}{130}$. Multiplichiſi di nuouo $6\frac{73}{130}$ per ſe ſteſso, et ce ne uerrà $42\frac{8}{[illegible]}$ del

qual

qual numero traggasene il quadrato del mezo diametro E G, *cioè se dici, et ce nè resterà* 26 $\frac{48}{65}$ *la radice quadrata del quale è* 5 $\frac{113}{650}$ *et tanta è l'altezza, ò uogliamo dire il piombo di qual si uoglia di dette piramidi: & lo spazzo del pentagono* DEF, *secondo la regola del 22. cap. del passato libro si trouerrà essere braccia* 37. $\frac{1}{3}$. *il quale multiplicato per* 5 $\frac{113}{650}$. *ci darà* 193 $\frac{306}{1950}$. *il quale partito per* 3. *ci darà* 64 $\frac{5}{13}$. *in circa: percioche vi manca solamente* $\frac{1}{975}$. *et tante braccia sode uiene ad essere la grossezza di essa piramide pentagonale; multiplichisi finalmente* 64 $\frac{5}{13}$. *per* 12. *& haremo il tutto delle braccia sode, ò uogliamo dire cubiche del detto* 12. *facce, essere* 772 $\frac{8}{13}$. *à punto.*

Come si misuri il venti facce fatto di corpi, ò piramidi triangolari. Cap. XXI.

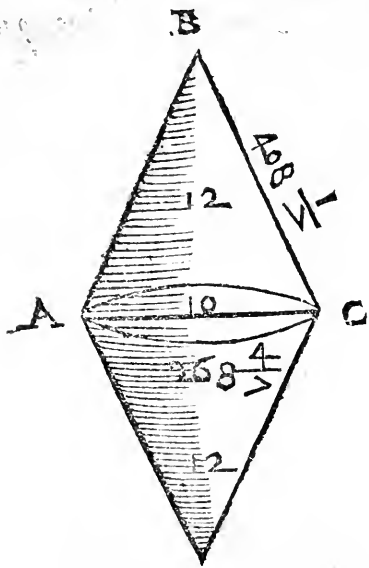
PEr *misurare un si fatto corpo, bisogna primieramēte trouare la linea del piombo, che dal cētro di tutto il corpo cade in qual si uoglia basa; come quella, che termina l'altezza di ciascuna delle* 20. *piramidi, delle quali si fà questo corpo. Truouisi dipoi la quantità di una di dette piramidi, secōdo la regola data nel* 12. *cap. di questo libro, et multiplichisi per* 20. *& haremo la grandezza di tutto questo corpo:*

conciosia che il uenti facce si fà di uenti piramidi, che hanno tre lati fra loro uguali, la punta delle quali è il centro cõmune di tutto il vẽti facce. Et il fuso, ouero piombo di qual si uoglia piramide, si ritruoua in questo modo, cioè l'altezza di qual si uoglia piramide. Notisi primieramẽte ciascũ lato delle base del pentagono disegnato dentro ad un cerchio: cõciosia che dato un lato di un pentagono descritto dentro ad un cerchio; si truoua ancora il lato del 10. facce da descriuersi dentro al detto cerchio; come è quella corda, che si porrà sotto alla metà dell'arco del pẽtagono. Misurisi adũque un lato delle base triangolari del detto 20. facce, et multiplichisi per se stesso, et da tal multiplicato traggasi il quadrato del lato del 10. facce, et ci resterà il quadrato del mezo diametro del cerchio, dentro al quale è disegnato il pentagono. Et se al lato del 10 facce si aggiungerà la metà del mezo diametro del cerchio, che è intorno al pentagono: cauandone la radice quadrata del poco fà trouato quadro, fatto del detto mezo diametro, haremo il piõbo, ouero l'altezza di qual si uoglia piramide. Sia il corpo di 20 facce triangolari H I L, ciascun lato del quale sia braccia 6. & di quella medesima sorte parti, che il lato del pentagono è 6. sia il lato del 10. facce $3\frac{1}{8}$. multiplichisi adunque 6. per se stesso, & ce ne uerrà 36. & multiplicato ancora $3\frac{1}{38}$ in se stesso, ci darà $9.\frac{3}{4}$ ilche traggasi da 36. ce ne resterà $26.\frac{1}{4}$ la radice del qual numero è $5\frac{1}{38}$. & tanto è il mezo

diame-

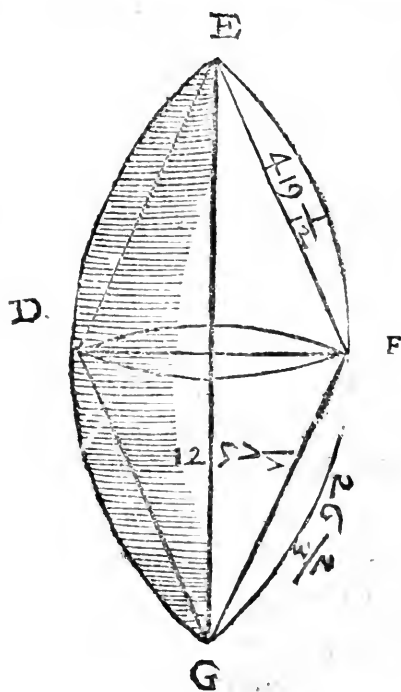
diametro del cerchio, dentro al quale è disegnato il pentagono, & il 10. facce. Aggiungasi conseguentemente ad esso lato del 10. facce, che è 3 $\frac{1}{8}$. la metà di se stesso, che è il mezo diametro, cioè 2 $\frac{9}{16}$. & ce ne uerrà 5 $\frac{11}{16}$. che sono le brac. della altezza, ouero piombo di ciascuna piramide triangolare del detto 20. facce. Et lo spazzo ultimamente del triangolo, che hà braccia 6. per lato, secondo il 5. cap. del secondo libro, è 15 $\frac{3}{5}$. il quale multiplicato per 5. $\frac{11}{16}$ fà 88 $\frac{116}{160}$ il qual numero partito per 3. ci darà 29 $\frac{23}{40}$. et tanta è la grossezza di una delle dette piramidi triangolari. Multiplichisi finalmente adunque 29 $\frac{23}{40}$. per 20. et haremo la intera grossezza del 20. facce, che saranno cubiche braccia 591 $\frac{1}{2}$.

Come si misurino i corpi solidi à guisa di mandorla, che sono irregolari. Cap. XXII.

I CORPI solidi à guisa di mandorla, possono occorrere di più sorti, ma tre sono i principali, ò elle sono mãdorle tõde per la loro lunghezza, ò elle sono di linee diritte, ò egli sarà un corpo cõposto di più facce à mandorle. Il corpo à mandorla di linee diritte, si misurerà facilmente, mediante le cose dette Conciosia che quãdo noi uorremo sapere la quantità di detta mandorla, considerisi, che ella non è altro, che due piramidi congiunte insieme nelle loro base: talche à uolere sapere la quantità di detta mandorla misurisi una delle sue piramidi, et raddoppijsi il misurato; et del misurare la piramide già si è data la regola nel 12. cap. di questo libro. Seruaci per maggiore dichiaratione delle cose dette, che la mãdorla solida, ò uogliamo dir piena, sia ABC, fatta intera da due piramidi, l'altezza della quale sia braccia 12. et il cerchio della basa habbia per diametro

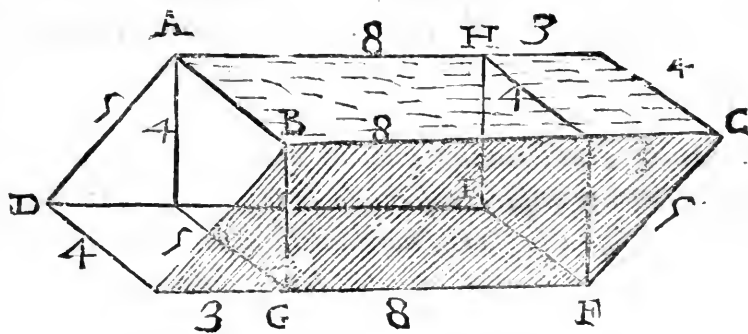
AC, che ſia braccia 10. Cauaſi adunque dal detto 12. cap. di queſto libro, la grandezza dell'una piramide, et dell'altra eſſere braccia

314 $\frac{2}{7}$. ſolide, il qual numero addoppiato ci darà 628 $\frac{4}{7}$. che ſarãno il tutto della groſſezza della mandorla. La ſuperficie ancora dell'una piramide, & dell'altra, ſi caua dal detto capitolo eſſere, 204 $\frac{2}{7}$. braccia quadre: il qual numero raddoppiato fà 408 $\frac{4}{7}$. che è la ſuperficie del tutto di detta mandorla. In queſto medeſimo modo ancora, ſi miſura una mandorla ſolida compoſta di due piramidi diſuguali. Imperoche dal raccorre inſieme le miſure dell'una, et dell'altra piramide, ne reſulterà ſempre la grandezza di detta mandorla, da Greci, et da Latini chiamata Rombo. Le mandorle tonde per la lunghezza, cioè fatte ad arco, che forſe non ſi diſdirebbe chiamarle mãdorle ouate, ſi miſurano in un altro modo. Preſupponghiamoci, che la detta mandorla ſia DEFG, il piombo della quale EG, & il diametro che lo attrauerſa con angoli à ſquadra DF, ſe ſi ſegaſſe à punto queſta mandorla nel diametro, ſe ne farebbe due piramidi uguali, talche la di ſopra ſarebbe DEF; come proua Archimede nel libro, che tratta de' corpi sferici; & DGF, ſarebbe l'altra piramide. Miſuriſi adunque la mandorla

dorla, che si fà di due piramidi, come di sopra si disse; & addoppisi detta misura, & haremo il tutto di detta mādorla ouata, la quale Archimede chiama corpo sferico. Sia, per modo di essempio, questa mandorla ouata D E F G, *della medesima grandezza che la prima* A B C, *& la sua grossezza sia pur braccia* 628 $\frac{4}{7}$. *sode, il qual numero addoppiato fà* 1257 $\frac{1}{7}$. *& tante braccia diremo che habbi di sodo questa mandorla ouata. Et se noi uorremo sapere la sua superficie, multiplichisi lo arco* F G E *per la metà del cerchio, che hà per diametro la linea* DF, *ouero multiplichisi tutta la circonferētia per la metà di detto arco. Sapremo ancora il medesimo, se si multiplicherà lo spazzo del cerchio, che hà per diametro la linea diritta* DF, *per esso arco* E D G, *ouero* G E F; *& partirassi tal multiplicato per il mezo diametro del medesimo cerchio. Seruaci per essempio, che la linea* D F *sia braccia* 10. *& lo arco* E D G, *sia braccia* 26 $\frac{2}{3}$. *là onde la circonferentia, che hà per diametro* D F, *sarà braccia* 31 $\frac{3}{7}$. *& lo spazzo braccia* 78—. *Multiplichisi adunque* 26 $\frac{2}{3}$. *per la metà di esso* 31 $\frac{3}{7}$. *cioè per* 15 $\frac{5}{7}$. *et ce ne verrà* 419 $\frac{1}{12}$. *Ouero multiplichisi* 31 $\frac{3}{7}$. *per* 13 $\frac{1}{3}$. *cioè per la metà del detto* 26 $\frac{2}{3}$ *et haremo medesimamente* 419 $\frac{1}{12}$. *Ouero multiplichisi*

78.

78 $\frac{4}{17}$.per 26 $\frac{2}{3}$.& ce ne verrà 2095.che partito per 5.cioè per la metà di detta linea,ò diametro 10.ci darà medesimamente 419. $\frac{1}{21}$ che sarà il numero delle braccia quadrate di detta mandorla ouata, cioè la superficie,che chiamammo DEFG.

I corpi fatti di più facce à mandorle,si posson ancor essi facilmẽte misurare,come sarebbe à dire per nostro essempio, un corpo, che fusse terminato da sei mãdorle piane, le quali tutte fussino respettiuamente parallele fra di loro; come dimostra la figura, che poco di sotto porremo,la quale chiameremo ACDE;la parte di sopra della quale sia ABC,& la basa DEF,del qual corpo se noi uorremo sapere la grossezza. Tirinsi le linee de piombi BG, & EH, & conseguentemente ad amendue esse AB, & BG, et similmente alla EF, & alla EH, linee parallele. Sarà adunque diuiso questo ammandorlato in un corpo quadro, à guisa di colonna quadra, ò di pilastro,et in duoi pezi triangolari:il corpo quadro sarà ABEF,& i duoi triangoli saranno ABD, & EFC,la misura delle quali cose la mostrammo nel cap.6.& nel 7.di questo libro.Misurisi adunque la colonna quadra,et i duoi corpi triangolari, & raccolghinsi insieme i multiplicati loro,& haremo la grandezza di questo corpo cõposto di mandorle.Seruaci per essempio,che ciascun lato della colõna per la lunghezza sia braccia 8 et ciascun lato dell'una, & dell'altra basa sia braccia 4.et i lati de' corpi triangolari per il più lũgo siano braccia 4.l'uno,et delle loro base un lato sia braccia 3. l'altro 4.et l'ultimo 5.Sarà adunque la grossezza di detta colonna quadra braccia 128.et la grossezza di qual si è l'uno de corpi, ò colõne triangolari,che dire le uogliamo,braccia 24. et 2.uie 24. fà 48.il quale aggiunto à 128.fa 176.& tante diremo,che siano le braccia del sodo di esso corpo ammãdorlato,che ci eramo presupposto.Ouero più breuemẽte,multiplichisi la basa ABG per la linea

retta

retta B C, ouero la basa F E H per la linea retta E D, cioè 16. per 11. & ce ne verrà vna colonna quadra uguale al propostoci ammandorlato, però che 11. uie 16. fà 176. & se bene un de corpi triangolari manca da vno lato à dar compimento alla detta colonna, uien nondimeno ricompensato da quel che si è preso più dall'altra parte, & questo modo è più commodo à qual si voglia forma, ò dispositione di ammandorlato.

Mediante queste cose, & le paßate ancora, si può facilmente conietturare, con quale ingegno si possino misurare gli altri corpi, che si chiamano irregolari: imperoche si come le diuerse facce piane si diuidono in triangoli, & in parallelogrami, cioè in quadri lunghi, & poi si mettono insieme le particolari misure di qual si è l'vno di loro; bisogna similmente risoluere i corpi irregolari solidi, ò vogliamo dire maßicci, in corpi quadri di angoli retti, ò in corpi triangolari, ò in piramidi (secondo che ci sarà più commodo) & prese dispersè le misure di ciascuno, raccorle dipoi tutte insieme, ouero trar' l'vna dell'altra, se ci farà di bisogno. Quando adunque il propostoci corpo sarà irregolare, egli è certo, che ò gli

manca,

manca, ò gli auanza qualche cosa per essere regolare: se gli manca cosa alcuna, bisogna arrogerui quel tanto che li manca à farlo diuentare regolare, & intero: il che si farà mediante lo allungare de lati tanto, che vadino à congiungersi, & misurare poi queste parti aggiunte, come se il corpo fusse intero, le quali aggiunte poi si hanno à trarre della misura del tutto.

Ma se à questo propostoci corpo auāzasse qualche cosa alla sua regolarità, misurisi primieramente quel che hà di regolare, & dipoi quel che gli auanza, & tal misure poi raccolghinsi insieme, & haremo la intera misura del tutto. Sono in vero le forme, & figure de corpi massicci, che ci possono occorrere, infinite: ma non ce ne potrà mai occorrere alcuna; che; ancor che intera & regolare, ò che le manchi, ò che le auanzi qualche cosa all'essere regolare; non si possa facilmente misurare, secondo le regole, & li ammaestramenti dati di sopra. se già elle non hauessino perduta quasi del tutto ogni forma di figura ragioneuole. Et sarebbe certamente stata cosa superflua, disutile, & difficilissima, il volere dar regola, ò ammaestramento proprio, & particolare sopra qual si voglia figura, ò forma di corpi simili; anzi certo vn' aggrauare le menti di coloro, che leggono. Conciosia che ci si dice, che indarno si insegnano quelle cose per vie lunghe, che si possono insegnare per vie breui, & espedite. Non voglio lasciare di dire, che à queste cose; che in vero in prima uista pare che habbino del difficile, ancor che del diletteuole; gIouerà assai la destrezza dell'ingegno (oltre alla notitia dell'abbaco) di colui che si vorrà in cosi fatte misure essercitare: auuertendo ciascuno, che non basta lo intendere le cose, che si son dette: ma che lo essercitarsi in esse, giouerà grandissimamente.

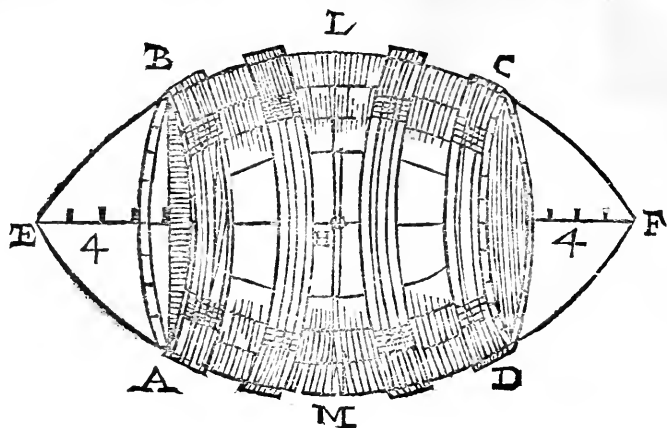
Come

Come si misurino le botti da vino, ò da altro. Cap. XXIII.

PIACEMI *di dimostrare un modo da misurare le botti da uino, ò da altro, diuerso da quello, che usa hoggidi la maggior parte de gli huomini. Sia adunque la botte da misurarsi terminata da duoi cerchi nelle teste, i diametri delle quali sieno fra di loro uguali: come che la botte sia* ABCD, *& i diametri di detta botte sieno* A B, *et* C D, *uguali fra di loro, che terminino la grandezza della botte con le linee curue del corpo di quella. Tirinsi da ogni parte linee curue secondo il corpo della botte, sino à tanto che congiungendosi insieme diano fine ad un corpo sferico fatto à guisa di uno ammandorlato ouato, il quale sia* ELFM, *et questo si faccia, ò in un piano, presa la quantità de diametri* AB, *&* CD, *et la quantità ancora di* L M; *ouero applicando al corpo della botte alcuni regoli accommodati al piegarsi, che perciò siano apparecchiati. Fatto questo, tirisi il filo, ouero linea* E F, *che passi per il centro* H, *et che diuida in due parti uguali la linea* A B *nel punto* G, *& la* C D *nel punto* I. *Misurisi dipoi la piramide, ò uogliam dire il conio: che hà per basa il cerchio* AB, *& per punta della linea à piombo* E, *& per fine* G: *secondo quella regola, che si diede nel cap.* 12. *di questo libro. Misurisi dipoi lo intero di tutto questo corpo à mandorla ouata* E L F M, *come nel passato cap. si disse, quãdo si trattò de' corpi irregolari; à quali bisognaua, ò leuare, ò arrogere, per ridurli regolari, et da quel ce ne viene, traggasi l'una, & l'altra aggiunta, che si fece alla detta botte, cioè* ABE, *&* CDF, *& ci rimarrà la grandezza à punto della propostaci botte.*

Truouisi poi finalmente la quãtità della diuisione ABE *in questo modo. guardisi, in che proportione corrispõda una linea diritta*

composta

composta della lunghezza GF, & FH, *con la* FG. *Conciosia che la diuisione* ABE, *corrisponde in quella medesima alla piramide, che hà la medesima basa, & la medesima altezza, che hà essa diuisione, cioè che hà per basa il cerchio* AB, *et per altezza la linea* GE.

Hauuta che haremo la notitia delle tre cose, facilmente haremo notitia della quarta, mediante la regola delle quattro proportionali.

Et il medesimo vorrei che si intendesse dell'altra diuisione CDF; *conciosia che ella corrisponde con quella medesima proportione alla sua piramide, che fà la linea diritta composta di* IE, & EH, *ad essa* EI. *Sia* AB *vguale al* CB, *ò sia pur più lunga, che non importa. Queste cose tutte si sono cauate dalle demostrationi di Archimede, delle quali in questo caso ci siamo seruiti, come delli altri habbiam fatto delle propositioni, ò proposte di Euclide. Il che vogliamo che basti, che se volessimo addurre le demostrationi particolari di Archimede, ò altre simili, harebbesi hauuto à fare vn nuouo, & gran volume. Seruaci per essempio, che l'vna, & l'altra* AB, & CD, *sia braccia* 7. *et* LM, *sia braccia* 10. & *il fuso*

EF,

E F, *braccia* 20. & G H, & H I, *ciascuna sia braccia* 6. & *l'altre* G E, *et* I F, *siano ciascuna braccia* 4. *harà adunque (se si auuertirà diligentemente le cose dette di sopra) la intera grossezza di tutto questo corpo à mandorla ouata* E L F M, *braccia* 1047 $\frac{1}{21}$. *di sodo: conciosia che la piramide, che hà per basa il cerchio, che hà per diametro* L M, *di braccia* 10. & *per altezza* H E, *ouero* H F, *di braccia medesimamente* 10. *secondo che si mostra nel* 12. *cap. è braccia* 261 $\frac{57}{63}$. *sode: le quali addoppiate fanno la metà della mandorla ouata* E L M, *ouero* F L M, *di braccia* 523. $\frac{51}{63}$. *il qual numero addoppiato fà* 1047 $\frac{13}{21}$. *che è lo intero di detta mandorla ouata* E L F M. *La piramide oltra di questo* A B E, *disegnata dal triangolo* A E G, *ouero* G B E, *secondo quel che si disse nel* 12. *cap. hà braccia* 51 $\frac{1}{3}$. *di sodo; & la linea composta di* G F, *et* F H, *hà braccia* 26. *et* G F, *braccia* 16. *per le cose dette. Pongasi adunque per il primo numero il* 16. *per il secõdo il* 26. *et per il terzo* 51 $\frac{1}{3}$. *dipoi multiplichisi il terzo per il secondo, cioè* 51 $\frac{1}{3}$. *per* 26. *et ce ne uerrà* 1334 $\frac{2}{3}$. *il che partito per* 16. *che fù il primo numero che si pose, ce ne verrà per qualunque parte* 83 $\frac{5}{12}$. *et tante saranno le braccia, che di sodo hà la diuisione* A B E, *ouero* CDF. *traggasi adunque finalmente* 83 $\frac{5}{12}$. *cioè* 166 $\frac{5}{0}$. *dal detto numero* 1047 $\frac{13}{21}$ *et ce ne resterà* 880 $\frac{11}{14}$. *le quali diremo che siano le braccia, che di sodo hà la propostaci botte* A B C D. *la importantia adunque è sapere, quanti barili entrino in vn braccio quadro, et secondo tal numero multiplicare lo* 880 $\frac{11}{14}$. *come se si dicesse, che il braccio quadro tiene barili* 5. *multiplichisi* 880 $\frac{11}{14}$. *per* 5. *et ce ne verrà* 4403 $\frac{13}{14}$. *che saranno à punto il numero de barili che tiene la propostaci botte* A B C D.

DEL

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE, DI COSIMO BARTOLI

Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO QVARTO.

Del descriuere le Prouincie.

P*ARMI cosa conueniente, hauendo trattato insino à qui, come particolarmente si possino misurare tutte le cose priuate, passare à trattare, come si misurino le publiche; come sarebbe vna Prouincia, ò vn Regno intero, con le Città, Terre, Castella, Fiumi, Liti, Porti, & luoghi notabili, da poserla mettere in carta, ò in tauola piana. Et se bene io sò, che essendo il mondo di forma Sferica, egli non hà conuenientia alcuna con il piano; nel descriuere nondimeno vna Prouincia, ò un Regno di* 300.400.*miglia non può nascere tal errore, ò differentia che sia in vn certo modo sensibile, ò apparente. Et non essendo per hora mia intentione d'insegnar à descriuere un mondo intero, ò la maggior parte di esso in vna palla; come sarebbe più ragioneuole, & come le misure di esso tornerebbono più giuste secondo l'ordine, et le regioni del Cielo: passerò solamente à trattare de modi da descriuere le parti particolari di esso modo, con quelle regole, che da Gemma Frisio, dal Perurbachio, da Pietro Appiano, & dallo*

dall' Illustre M. Giouan Roia, & molti altri, hò possuto ritrouare. Dico adunque, che vna Prouincia si può disegnare in piano in quattro modi. Il primo è, senza sapere le lunghezze, ò le larghezze, ò le lontananze de luoghi. Il secondo è, sapendo solamente le lontananze de luoghi. Il terzo, che si può fare senza la bussola in piano, & la ritta. Il quarto è, sapendo le lontananze delle miglia de luoghi, et le linee delle vedute, da alcuni chiamate linee, ò angoli di positioni, ò positure. Et perche quanto al primo modo ci bisogna hauere vna bußola piana con l'ago, et con l'altre sue appartenenze, non mi pare inconueniente descriuere il modo di fare detta bussola, ancor che da Vitruuio già fusse descritto il medesimo, et questo per commodità di chi legge, et dello insegnare ad applicare la bussola ritta senza l'ago, alla bußola che terremo à piano con l'ago, per dirizzarla sempre alla tramontana, secondo che si ricercherà poi nel mettere in opera, ò in atto la operatione da farsi.

Come si facci vna bussola. Cap. I.

APPARECCHISI la prima cosa una tauoletta di argento, ò di ottone, ò di bosso, ò di qual altro legno si uoglia: pur che sia sodo, et pulito, & atto à non si torcere, ò à non si fendere: nel mezo del quale fermato vn piè delle seste, ouero sestone, descriuasi vn cerchio, che habbia di diametro un terzo di braccio in circa, il quale habbia ad essere l'vltimo termine di detta bußola. Dal medesimo centro, si tiri poi un' altro cerchio, quasi per lo spatio di vna costola di coltello, lontano dal primo, cioè più uerso il centro: fra i quali cerchi si hanno à tirare poi le linee de gradi, grado per grado, come di sotto diremo. Fatto questo, ristringhinsi le seste, ouero il sestone, p fare un terzo cerchio

lontano dal secondo, per due volte la lontanāza, che è fra il primo, & secondo; percioche fra lo spatio, che è fra il secondo, & questo terzo cerchio, si hanno à mettere i numeri delle cinquine de gradi, & tirarle, come si dirà di sotto. Tirati questi cerchi, diuidinsi con una linea trauersa, che passādo per il cētro, faccia di tutti due parti uguali; lūgo la parte di sopra della quale scriuasi, tramontana, et nella parte di sotto, mezo dì. Diuidasi dipoi detta linea in due parti uguali: talche passando detta linea per il cētro, faccia angoli à squadra cō la prima linea, et dalla destra scriuasi lūgo questa secōda linea, leuāte, et dalla sinistra, ponēte. Ridiuidasi poi la quarta parte del cerchio, che è fra tramōtana, et leuāte, in due parti ugua li, et tirisi una linea, che passando per il centro, ridiuida tutti i cerchi da ciascuna bāda, lūgo la quale dalla parte di sopra scriuasi gre co, et dalla parte di sotto libeccio. Vltimamente ridiuidasi l'arco, che è fra tramōtana, & ponēte, in due parti uguali, con una linea: che passādo per il centro, diuida di quà, et di là, oltre, et indietro, à detto centro tutti i cerchi: et dalla parte di sopra fra tramontana, et ponēte, scriuasi maestro, et dalla parte di sotto scilocco, et così haremo già con quattro linee gli otto venti principali, i quali voglio che ci bastino per la nostra bussola; sapendo, che chi uorrà, si potrà ridiuidere in tāte parti, che harà, se uorrà, et li 16. et li 24. uēti, secondo Vitruuio, ma parendoci, che in questo nostro instrumento per hora, che otto ci siano à bastāza, ci contenteremo di essi. Già habbiamo diuise per metà tutte le quarte, come si può uedere; perche greco diuide per mezo la quarta fra tramontana, & leuante; scilocco la quarta fra leuāte, et mezo dì; libeccio la quarta fra mezo dì, et ponente; et maestro la quarta, che è fra ponente, et tramōtana. Ridiuidasi dipoi la ottaua parte del cerchio, che è fra tramōtana, & greco, cō duoi punti in tre parti uguali, et ciascuna di esse

tre

tre parti, pur con duoi altri punti in tre parti uguali, & applicãdo sempre una testa del regolo al cẽtro, et l'altra à ciascuna delle diuisioni, tirinsi lineette fra il primo, & il terzo cerchio: et quest'ordine si tenga attorno attorno nel diuidere tutta la circonferentia di quarta in quarta, ò di ottaua in ottaua parte. Fatte queste diuisioni, applichinsi alle lineette già tirate i numeri loro fra il secondo, et il terzo cerchio, cominciandoci da tramontana à dire 5. 10. 15. 20. &c. fino à che 90. verrà à terminare à punto à leuante. ilche si faccia dall'altra parte ancora da tramõtana in ponẽte, seguendo 5. 10. 15. 20. &c. talche 90. termini alla linea di ponente. Comincisi poi ancora dalla linea di mezo dì, et caminando con lo scriuere uerso leuãte dicasi 5. 10. 15. 20. &c. talche il 90. termini in leuãte, et per il contrario 5. 10 15. 20. &c. da mezo dì in ponente, talche à ponẽte termini il 90. Debbesi poi ciascuna delle diuisioni già fatte ridiuidere in cinque parti, cõ quattro pũti fra loro uguali, et applicando, come dell'altre linette si disse, una testa del regolo sempre al centro, tirare le lineette fra il primo, et il secondo cerchio, che dinotino grado: per grado, le quali fra tutte adẽpieranno il numero di 360. gradi, 90. cioè per quarta: nè uò lasciare di dire, che nel tirare de cerchi, et delle linee, si debb: affondarle tãto, che ꝑ il maneggiare poi la detta bussola, et uoltare in quà et in là la linda, secõdo, che ricerca il bisogno, elle si preseruino, et non si scãcellino, come se fussino sole di inchiostro; ilche si debbe ancora molto auuertire nello imprimere, ò i numeri, ò le lettere, con i punzoni di acciaio, perche nel batterli poco, non rimãgono improntate dette lettere, ò numeri, et nel batterli troppo, uãno tanto à fondo, che offuscãdosi, et le lettere, et i numeri, non si discernono. Bisogna adũque batterli à modo; et però è bene farne prima un poco di pruoua, ò di esperientia in su uno altro pezzuolo di argento, ò di ottone, ò di bosso,

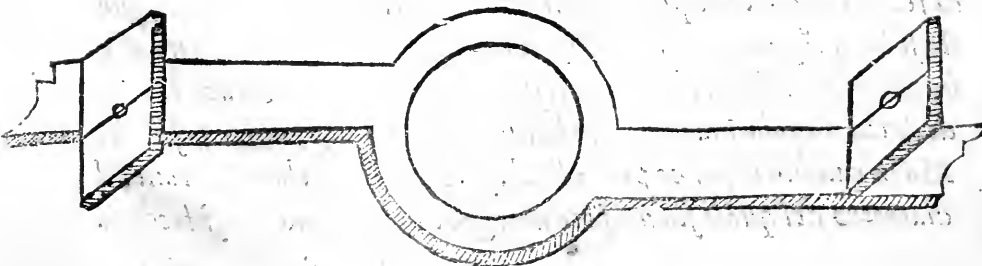
 ò di

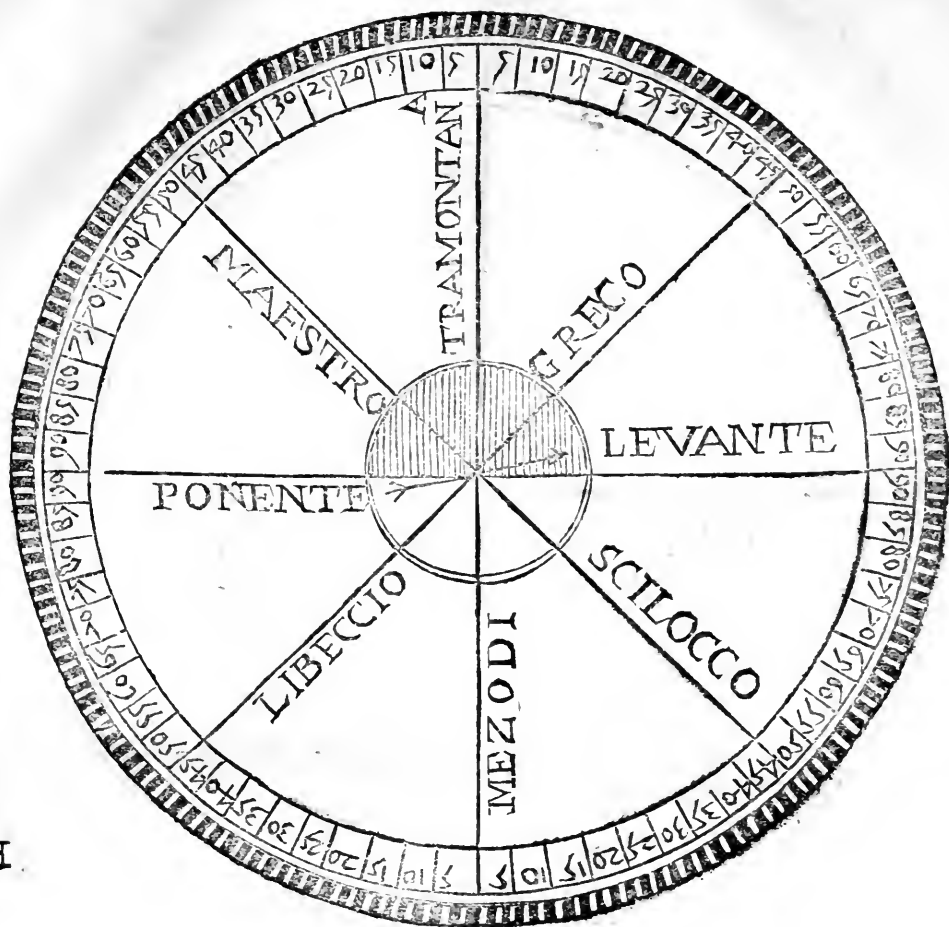
ò di qual altro legno si sia, che facciamo la nostra bussola, et fatto tal pruoua, improntare poi à discrettione dette lettere, ò numeri in detta bussola. Disegnata in questa maniera la bussola, è di necessità scauare un certo spatio intorno al cẽtro, col tornio, ò meglio con vn ferro fatto à posta per metterui il perno, che hà à reggere lo ago, et sopra porui poi il uetro: et per più dichiaratione, fabbrichisi un ferro, che sia dal mezo in giù di acciaio, con vna punta sottilissima, dalla quale si parta il taglio del ferro largo per la metà di quel che uogliamo, che sia il cerchio da scauarsi; et dipoi con vn' altro taglio più lontano dalla punta, et più uerso il manico, che farà la seggiola, sopra la quale si poserà poi il uetro. Et eccone lo essempio A, punta, B manico, C taglio primo, & D taglio secondo.

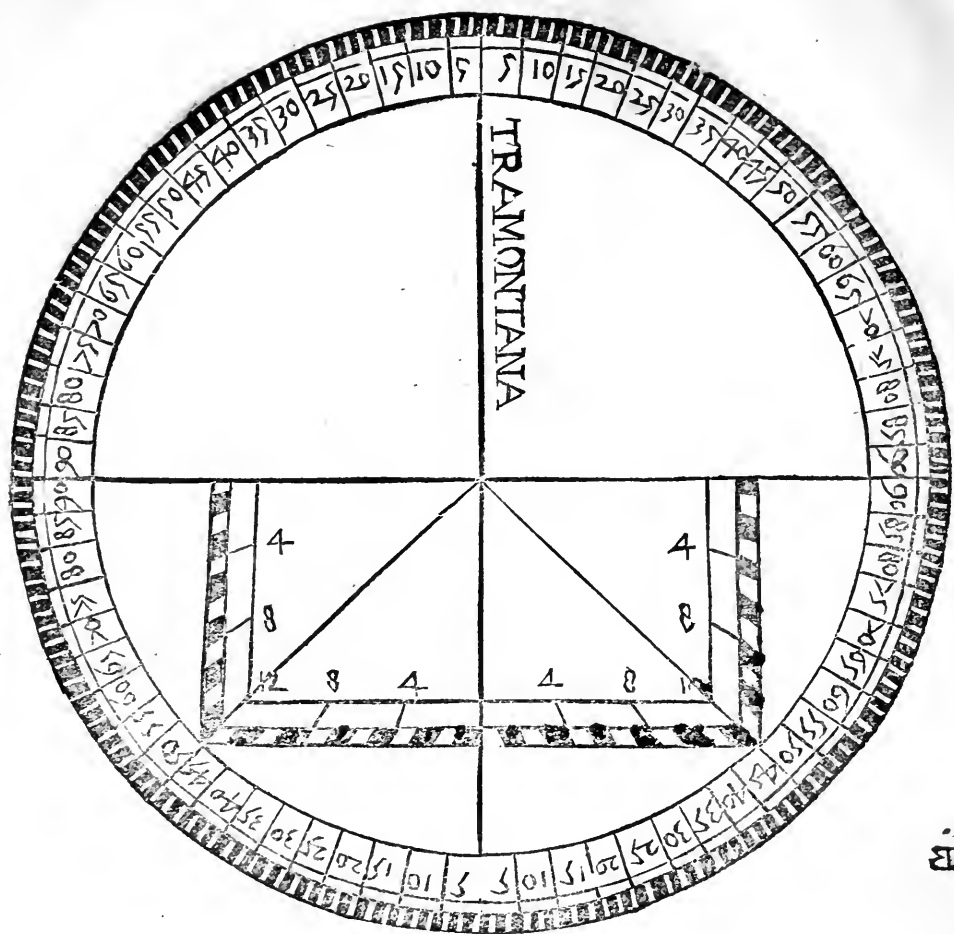
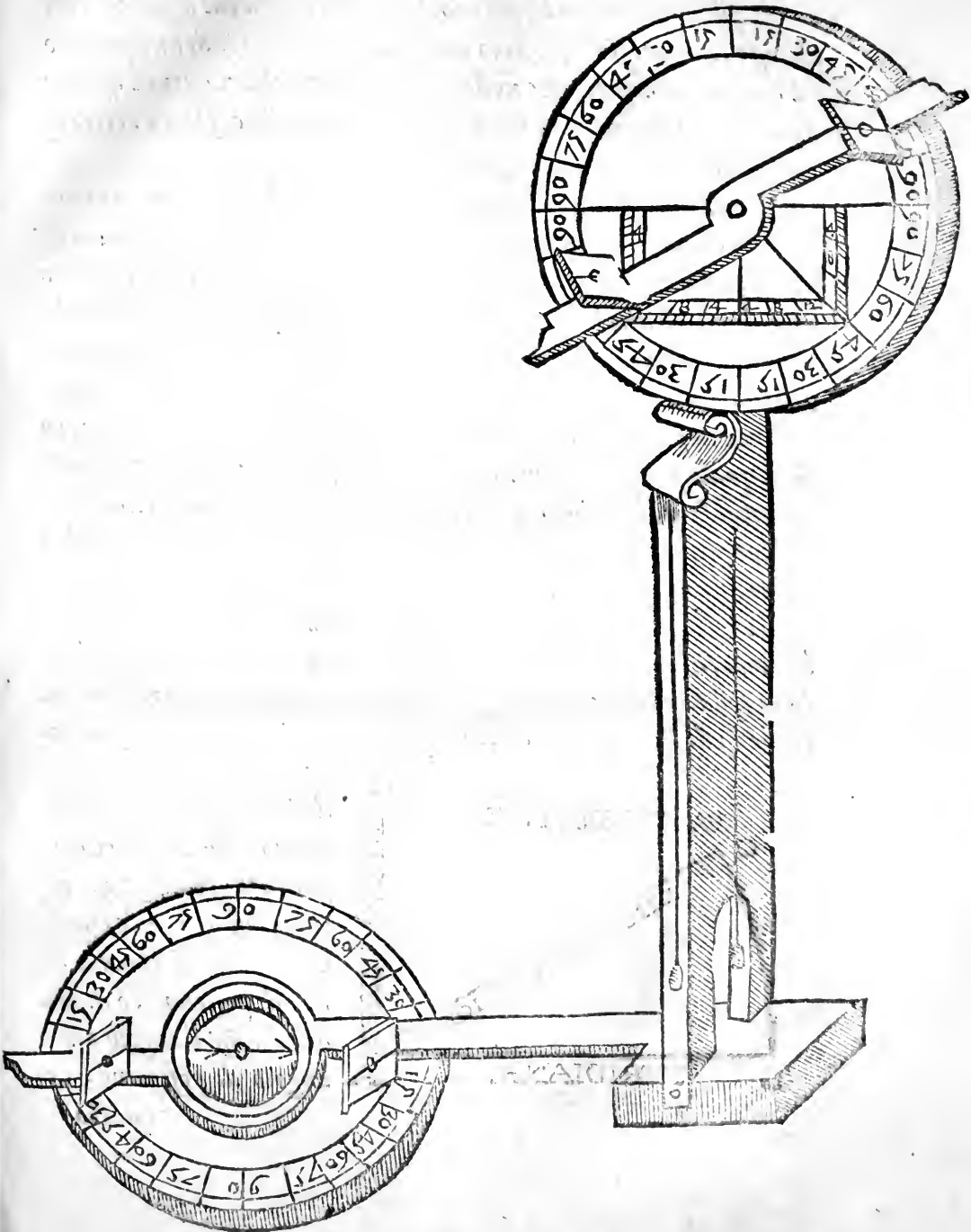
Questo ferro uuol hauere la pũta tõda, i tagli smussati, come i ferri da pialla, et il manico quadro: il quale messo in un uolgitoio come si usa, nel girarlo attorno ci farà il cerchio scauato, che haremo dibisogno per la bussola, applicãdo la pũta A al centro della detta bussola. Puossi ancora à detto ferro fare un manico à guisa di succhiello, et cõ la mano poi girarlo: ma più presto, più facile, et più netto si opera cõ il uolgitoio, il quale per essere instrumẽto molto noto non descriuo altrimenti. Nel cẽtro dipoi di questo scauato si debbe collocare un pnetto di ottone cõ la pũta sottilissima, che debbe reggere

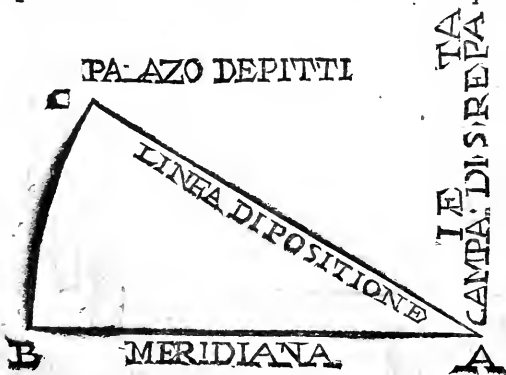
gere l'ago: questo perno bisogna auuertire, che non sia tanto lungo, che, posatoui sopra lo ago, & copertolo con il uetro, ò cristallo, uēga detto cristallo, ò vetro à toccare l'ago, & impedirlo dal suo potersi voltare alla tramontana, come fà sempre, calamitato che egli è, et non mi è nascoso, che non si uolta precisamente alla tramōtana, operādo noi in questi nostri paesi; perche sò, che ci si fà una differentia di sette in otto gradi: ilche molti dicono perche la calamita nō trae à dirittura alla tramontana, & che tal virtù di tirar, che ella fà il ferro, non uiene dalla tramontana; ma da certi monti della Noruegia, che sono tutti di questa minera della calamita, i quali nel tirare le dirittture della tramontana pendono uerso leuāte i detti otto gradi: ma importandoci questo poco, ò niente nel nostro operare, lo lascieremo, come cosa per hora à noi nō attenēte, da parte, et torneremo al nostro proposito bastādoci hauerne detto quel poco, che si è detto di sopra. Lo ago si fà di acciaio sottilissimo à guisa di freccia, et talmēte bilanciato nel suo coppo di ottone, che posto sopra di un perno, tāto pesi la pūta quanto la penna, non altrimenti, che se fusse una giustissima bilācia. Tēperasi dipoi sopra un ferro rouēte, tanto, che pigli il colore della uiola mamonla, et tēperatosi calamita, & calamitato, si mette sul perno della bussola, et si cuopre con il uetro, ò cristallo; et per fermare detto cristallo, si fà un cerchietto di filo di ottone, ò di rame, che serrādosi nella seggiola, tiene detto uetro, et dico di ottone, ò di rame, acciò nō ci uenisse fatto di fil di ferro, che darebbe poi impedimēto al uoltarsi dell'ago. Fatto questo si hà à cōsiderare, che ci si hà à maneggiare la linda ītorno alla bussola, la quale sarebbe di necessità, che fusse impernata nel cētro di detta bussola: ma perche ui habbiam posto l'ago, non è possibile. Ma in cambio di perno per la linda facciasi un cerchio di ottone, il diametro del quale sia un poco maggiore dello scauo, che si fece p lo

ago. Questo cerchio uorrebbeßer talmente fatto, che fusse massiccio da non si poter torcere, et hauesse di sotto da quella parte, che hà da posare sul piano della bussola, tre punte da poterlo con esso fermare in detto piano: et perche hà da tenere ancora l'altro cerchio della linda, che se li debbe girare attorno, come diremo, debbe hauere una intaccatura attorno attorno, che ritenga poi il cerchio della linda, che girandosi non salti suso, la quale intaccatura chiamiamo A.

Questo si fatto cerchio si fermarà con le dette tre pũte talmẽte sul piano della bussola, che ugualmente la sua circõferentia venga da per tutto lontana à vn modo dal perno dell'ago della bussola, et però vuol essere di dentro, et di fuori torniato pulitissimamente, di dentro perche scuopra senza impedimento il vetro, et l'ago, & di fuori, perche vi si possa girar attorno giustissimamente il cerchio della linda, la quale à corrispondentia faremo in questo modo.

Cosi dunque haremo dato fine alla bussola: ma uolendo seruircene à descriuere con essa una Prouincia, ò una Regione, ci sarà molto commodo fare vn' altro instrumento pur tondo simile alla bussola, cioè diuiso in tre 360. gradi 90. cioè per quarta, et in esso della parte di mezo dì, disegnisi la scala altimetra in questo modo. diuidasi tutto il cerchio in quattro parti uguali, & da dette diuisioni, nella parte però di sotto, si tirino tre linee, che attrauersino la linea meridiana ad angoli à squadra, & termini la prima nel cerchio, nel quale son descritte le cinquine de gradi circolari, & lascino queste tre linee fra di loro duoi spatij l'uno maggiore dell' altro; dipoi tirinsi per il trauerso le dette tre linee, sino à tanto, che da ogni banda terminino nella linea, che passando per il centro fà leuante, & ponente. Scompartischinsi dipoi dette tre linee talmente, che se ne facci dodici parti per lato, cioè dodici da mezo di verso ponente, dodici dal detto mezo di uerso leuante, & dodici da ciascun lato delli angoli insino alla linea, che fà come si dice leuante, et ponente; et applicando una testa del Regolo ferma al centro, tirinsi linette à schiãcio, che diuidino le tre linee in parti, et à quelle si applichino i numeri, cominciando à porli, dalla linea di mezo dì, & andare uerso li angoli, et il simile si faccia delle altre parti, che vanno à terminare nella linea, che fà leuante, & ponẽte. Questo instromento, ò bussola ritta, non hà bisogno di ago, ma si bene di una linda con le sue mire impernata nel centro, è di necessità fermare questa bussola in uno stile, che à squadra si rilieui di su la linda della bussola piana, et talmente, che il suo profilo batta in su la linea della linda piana, che da molti è chiamata la linea della fede, & che nel muouer la linda della bussola piana in quà, ò in là, à quei gradi, che ci occorrono, porti sempre seco questa bussola ritta; & auuertiscasi, che lo stile della bussola ritta stia per ogni uerso à

piombo ſu la linda della buſsola piana, ilche ſi uedrà cō duoi piombinetti collocati in detto ſtile, come ſi uedrà in diſegno. Biſogna anco auuertire nel collocare queſto ſtile ſu la linda, che non impediſca le mire della linda piana: ilche ſi farà facilmente laſciãdolo da piè nel mezo aperto à guiſa di porta, alcuni hanno uſato nel collocare queſto ſtile ſu la linda, accommodarlo di ſorte, che à ſua commodità lo poſſino leuare, et porre; ilche io lodo grandemente, ſi per potere maneggiare la buſſola piana à leuar le piante, ſenza la ritta; ſi ancor per la commodità del poter mettere l'una, & l'altra buſſola in una ſcatola, et portarla oue ci farà dibiſogno, pur che lo ſtile, & la linda ſia di materia ſoda, che nel commetterli inſieme faccino ſempre angolo à ſquadra, nè uò mancar di dire, che le dodici parti di qual ſi uoglia lato della ſcala altimetra ſi debbon diuidere ciaſcuna in quattro parti, cioè gradi, talche dalla linea meridiana alli angoli venghino per ciaſcun lato gradi 48. et coſi per li altri lati, come ſi vedrà nel diſegno: ma porremo prima il diſegno della buſſola piana.

Poi

Poi che di là si è posto il disegno della bussola piana senza la linda, mi pare ragioneuole mettere al presente in disegno la bussola ritta senza la linda per maggior' dichiaratione; come dopò questo si metterà anco in disegno l'una & l'altra bussola, applicate insieme con le loro linde, & stile, & altre appartenenze.

Ben uò credere, che, mediante il presente disegno, ogni ragioneuole ingegno potrà conoscere, in che modo habbi ad essere applicata la bussola ritta sopra la piana, quādo bene ne gli scritti passati hauessi hauuto qualche difficoltà circa lo intenderli; ancor che per quāto mi è stato possibile io mi sia ingegnato di essere stato più largo, &

go, & più aperto ch'io hò potuto. Non vorrei già che alcuno mi imputasse se in questi disegni io non haueßi posti i gradi uno per uno ò à cinque à cinque, come nelle figure passate: che venendo queste figure tanto piccole, non mi pareua di poterlo fare, senza arrecare confusione à gli occhi de riguardanti.

Jnanzi, che si diano le regole, ò i modi dell'operare, mi pare conueniẽte dichiarare, che cosa sia linea, ò angolo di positione, ouero positura, mediante, le quali ci haranno à gouernare in queste nostre operationi: alcuni le hãno chiamate linee di positione, conciosia che trouãdosi cõ la bußola ad operare in alcun determinato luogo, nel guardare un'altro luogo, uoltando la linda ad esso, hanno chiamato linea di positione quella dirittura, che passa per detto luogo, in su la quale poi hãno à terminare il sito, ò positura di quel tal luogo et la distãtia, che è poi fra la linea del meridiano, oue saremo stati all'operatione, à questa linea della positione del luogo ueduto, chiamano angolo di positione. Seruaci per essempio, che A sia Firẽze, & la sua linea meridiana sia B, et che stando in Firenze con la nostra bussola sul campanile di S. Reparata nella suprema altezza doue su la spõda di marmo del angolo del detto cãpanile, che rispõde su la piaza di S. Giouanni à lato à S. Reparata facẽmo tale operatione, veggiamo il palazzo de Pitti discostarsi dalla linea di mezo dì, verso ponente gradi 24. & chiamasi C: dico che la linea AC, si chiama linea di positione, ò di ueduta, & l'angolo ABC angolo di positione, & questo

questo ci basti per tale dichiaratione; conciosia che io voglio più tosto chiamar la linea del luogo, che io guardo, & applicarui il nome di quel luogo; perche ne habbiamo dipoi bisogno per i riscontri delli intersecationi, come diremo di sotto.

Come si operi con la bussola per descriuere vna Regione. Cap. II.

TRASFERIREMOCI *in alcun luogo alto, et che non habbia impedimenti attorno, acciò le vedute sieno libere, et spedite: et quiui fermeremo la bussola à piano, et talmēte uolta, che l'ago venga à dirittura della tramōtana, & tenendola ferma, uoltisi la linda à luoghi, che noi uogliamo uedere; & se alcuni di detti luoghi ci uenisse tanto sotto, che noi non lo potessimo uedere per le sue mire, guarderemolo per le mire della bussola ritta: che traportata dalla linda della bussola piana, ci darà commodità di uedere detto luogo: & ueduti i luoghi da presso, ò da lontano, notinsi da parte i nomi di detti luoghi, & i gradi doue batte la linda nella bussola piana. Fatto questo, & notati tutti i luoghi, che ci occorreranno, è di necessità transferirsi con la bussola in uno altro de già ueduti luoghi; doue posta la bussola à piano, uoltādo pur l'ago alla dirittura della tramontana, come si fece nella prima operatione, uoltisi la linda à tutti i luoghi, che uedēmo nel primo luogo della prima operatione; & notinsi da parte ancora i nomi di detti luoghi, et i lor gradi della bussola piana. Fatta l'una et l'altra operatione, et presi i gradi, et nomi de luoghi, apparechisi un cartone tāto grande, attaccando più fogli insieme & per la lunghezza & per la larghezza, quanto uorremo, che sia la Prouincia che vorremo descriuere: faccisi ancora un cerchio*

di

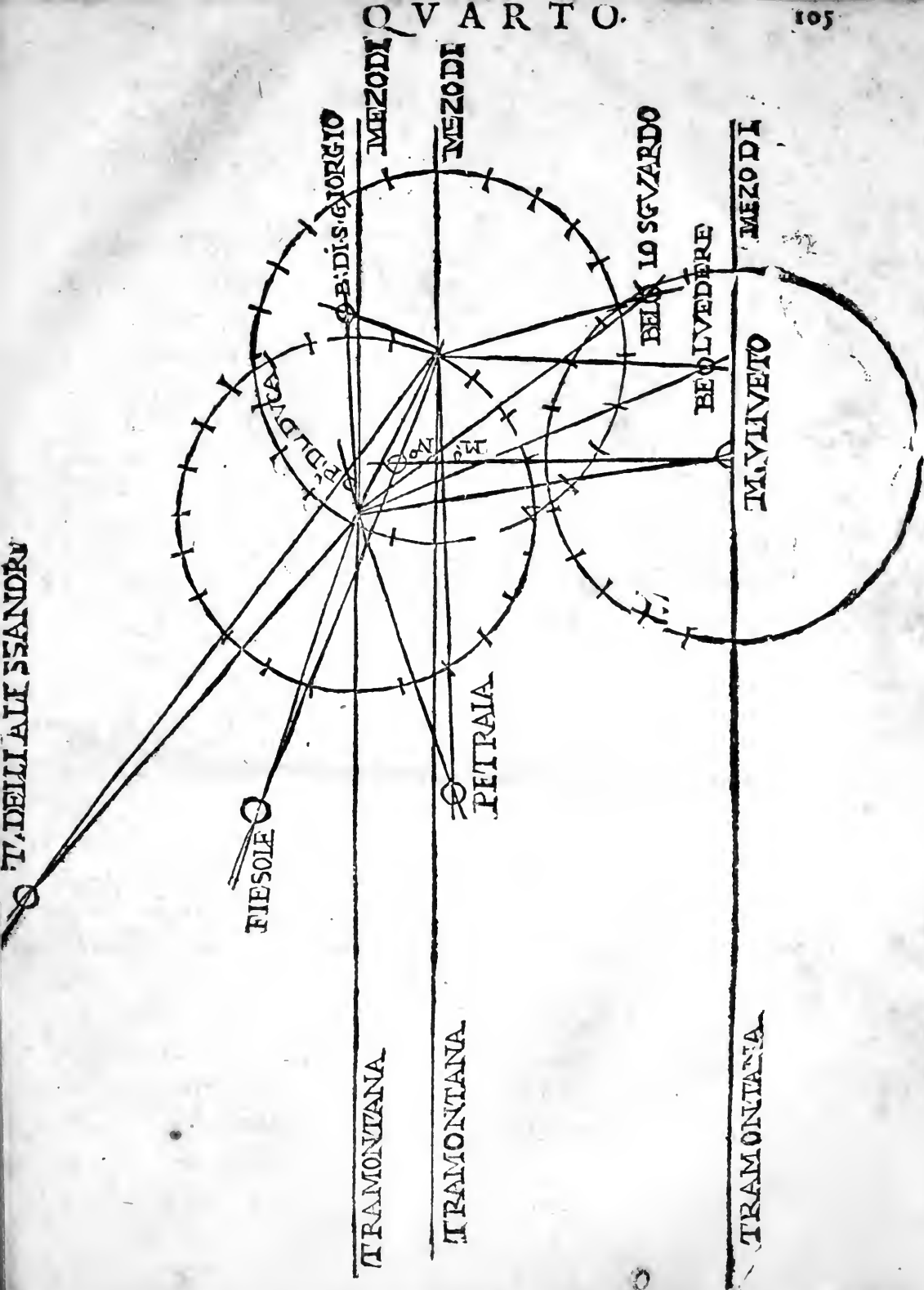
di cartone, quasi à guisa di bussola scompartito in 360. gradi 90. cioè per quarta come la bussola, da poterlo applicare più quà, et più là per detto cartone, et seruircene in più luoghi. Ordinate queste cose, stabiliscasi un punto, ò nel mezo di detto cartone, ò in altro luogo, secondo che daremo principio à disegnare detta Prouincia, ò da un luogo, che sia nel mezo; ò da un luogo, che fusse da una testa, ò da un lato uicino à cõfini; Et per uenire all'esempio dicasi, che lo stabilito punto sia il campanile di S. Reparata, doue stemmo à fare la prima operatione; applichisi la bussoletta di cartone col suo centro al detto punto, e poi si tiri la linea fra tramontana, et mezo dì à dirittura; ricorderemoci, che notammo da parte nella prima nostra operatione, che haueuamo trouato il palazzo de Pitti à gradi 24. fra mezo dì et ponente: perilche posta una testa del regolo al centro di questa bussoletta, andremo cõ l'altra à trouare li detti 24. gradi fra mezo dì et ponente, & tireremo una linea senza inchiostro; alla fine della quale in lato, che nõ impedisca il campo, scriuerremo il suo nome, cioè Palazzo de Pitti: ricorderemoci ancora, che vedemmo la torre de gli Alessandri à gradi 55 fra tramontana, & leuante, & il palazzo di sua Eccellenza Illustrissima à gradi 10. tra mezo dì, & leuante; Monte olíueto à gradi 81. fra mezo dì, & ponente. Beluedere à gradi 66. fra mezo dì, & ponente, Bello sguardo à gradi 53. fra mezo dì, & ponente, la Petraia à gradi 14 fra tramontana, & ponente, Fiesole à gradi 40. fra tramontana, & ponente: il Caualliere, ouer Bastion di S. Giorgio, à gradi 3. fra mezo dì & ponente: da quali gradi si debbon à ciascuno da per sè tirare le loro linee, secondo che ci darà il centro della bussoletta di cartone, et il grado luogo per luogo, & notarle con i lor nomi; talche haremo di già le dirittture di detti luoghi della prima operatione. Trasferimmoci dipoi per

la

la ſeconda operatione al palazzo de Pitti, & ſaliti al ſecondo fineſtrato poſta la buſſola ſu lo angolo verſo Arno della facciata dinanzi, quiui facemmo la ſeconda operatione. Et però lieuiſi la buſſoletta di ſul cartone di quel luogo, che ci hà ſeruito per il campanile alla prima operatione, & traſportiſi ſu per la linea della ueduta del palazzo de Pitti preſſo, ò lontano, à noſtra commodità, ad vn punto determinato, che ci ſerua per il canto, ò angolo del palazzo de Pitti alla ſeconda operatione, & accomodiſi di maniera, che tirando la linea da tramontana à mezo dì, ſia parallela, et vgualmente lontana dall'altra, che tirammo per la prima operatione. Collocata la buſſoletta in queſta maniera, vedremo, che il campanile di S. Reparata batterà ancor eſſo fra tramontana, & leuante à gradi 24. luogo ò grado à punto oppoſito alla prima operatione, nella quale ſtando ſul campanile di S. Reparata vedemmo il palazzo de Pitti à gradi 24. fra mezo dì, & ponente. Et però in queſto luogo non occorre tirare altra linea perche il centro della buſſola ſerue per il palazzo de Pitti. Fatto queſto, ricorderemoci, che nella ſeconda operatione uedemmo la torre de gli Aleſſandri à gradi 47. fra tramõtana & leuante, & però tiriſi vna linea, che paſſando dal centro della buſſoletta per detti gradi 47 vadi ad interſecare la linea di detta torre delli Aleſſandri della prima operatione, & doue occorre detta interſecatione, quiui ſarà il luogo di detta torre. Ricorderemoci ancora, che in queſta ſeconda operatione trouammo il palazzo di S. Eccellenza Illuſtriſſima à gradi 37. fra tramontana & leuante. Monte oliueto à gradi 74. fra tramontana, & ponente. Beluedere à gradi 89. fra tramontana, & ponente. Bello ſguardo à gradi 73. fra mezo dì, & ponente, la Petraia à gradi 5. fra tramontana, & ponente. Fieſole à gradi 27. fra tramontana, & leuante, il Caualliere

ualliere

ualliere di S. Giorgio à gradi 59. fra mezo dì & leuante: & però tirinsi le lor linee, che dal centro della bussoletta, et da gradi di ciascun luogo uadino ad intersegare le linee, della prima operatione; et nelle intersecationi, che fanno dette linee, si ponghino i luoghi loro come ne disegni si può uedere. Et auuertiscasi, che se per sorte accadesse, come tal uolta occorre, che nell'una operatione et nell'altra ci uenisse per dirittura alcun luogo, che non sapessimo doue collocarcelo, ò più inanzi, ò più indietro per detta linea: bisogna trasferirsi in un terzo luogo à far la terza operatione per detto luogo: come per essempio, se nella linea, che è fra il campanile et i Pitti fusse anco il Mercato Nuouo, talche non sapessimo doue collocarcelo, trasferiremoci con la nostra bussola à Monte olineto; et posto l'ago alla dirittura della tramontana; uedremo che ci darebbe detto Mercato Nuouo à gradi 86. fra tramontana et leuante: tireremo adunque una linea da Monte olineto per detti gradi 86 et doue ella intersecherà la linea tirata infra il campanile et il palazzo de Pitti, quiui sarà il luogo di Mercato Nuouo, come per maggiore dichiaratione si uedrà nel disegno che segue.

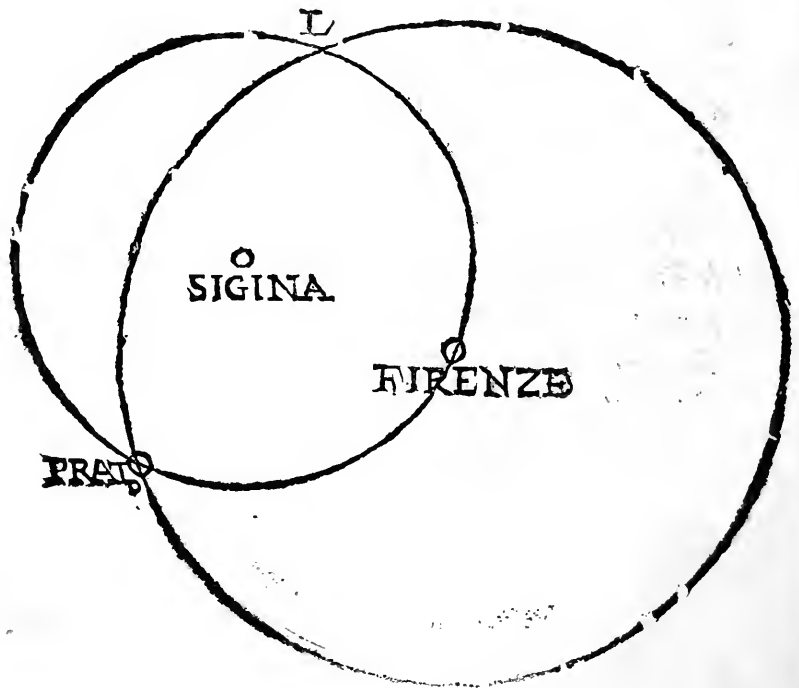
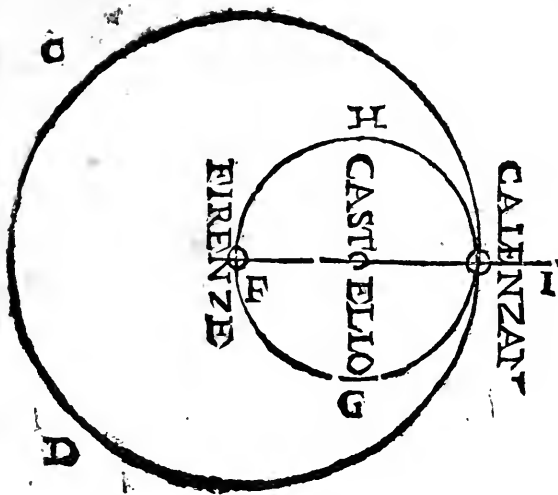
T.DELLI ALESSANDRI
FIESOLE
P.DI DVCA
B.DI S.GIORGIO
TRAMONTANA
MEZODI
TRAMONTANA
MEZODI
PETRAIA
BEL LO SGVARDO
BELVEDERE
TRAMONTANA
M.VLIVETO
MEZODI

Come si possa mettere in carta vna Prouincia sapute le distantie di luoghi. Cap. III.

I COME *mediante il Cap. passato ci bisognaua hauere due linee di positioni, ò di uedute; cosi per operare in quest'altro modo, ci bisogna sapere le distãtie diritte di qual si voglia luogo, che saranno fra esso, et duoi altri luoghi. Faccisi adũque primieramente una scala delle miglia à nostro piacimento, pigliando vna lunghezza condecente alla carta, in che uogliamo descriuere detta Prouincia. Dipoi ponghinsi in detta carta le due prime Terre, Castella, ò luoghi, doue vorremo, secondo le lor distantie; et per il terzo luogo, ò terra, bisogna saper la distantia, che è fra i duoi primi, & questo terzo, & pigliando con le seste nella scala delle miglia la distantia, che è fra questo terzo luogo, et vno di già posti prima, fermisi vn piè delle seste nel primo luogo, et con l'altro tirisi un cerchio, dipoi piglisi l'altra distantia delle miglia nella scala; & posto un piè delle seste nel secõdo luogo, tirisi un'altro cerchio: questi duoi cerchi, ò si intersecheranno insieme in duoi punti, ò si toccheranno in un punto solo: se si toccheranno solamente in un pũto, quello sarà il termine, et il punto del terzo luogo: il qual toccamento ci sarà più chiaro, se dal centro dell'un cerchio tirreremo una linea al centro dell'altro. Ma se i detti cerchi si intersecheranno in duoi lati, auuertiscasi che il detto terzo castello sarà in vna delle due intersecationi: perilche considerisi, se detto terzo castello viene in su la destra, ò in su la sinistra delli duoi già prima posti; & põgasi su la intersecation che uiene, ò destra, ò sinistra. Seruaci per essempio, che la scala sia di 15. miglia* AB, *io porrò primieramente Firenze: & sapendo, che la bella uilla di Castello di S. Eccell. Illustrissi-*

lustrissima, è lontana da Firenze per tre miglia e mezo, piglio la distantia di tre miglia e mezo nella scala, et fermo un piede in Firenze; fò con l'altro un punto, che serue per detta uilla di Castello; dipoi per porre Calenzano, sapendo che da Firenze à Calenzano sono sette miglia, piglio nella scala la distantia di sette miglia, & fermo un piè delle seste in Firenze, fò con l'altro un cerchio, quale è C D E. il simile fò della uilla di Castello, prese le 3 $\frac{1}{2}$ miglia nella scala; et tenendo un piè delle seste fermo in Castello, fò uno altro cerchio F H G; questi duoi cerchi si toccano in un lato solo, & detto toccamento, è incerto, et però tiro una linea da centro à centro, et dico, che Calenzano è nel punto del toccamento I. Ma se hauessimo uoluto uedere, doue hauessimo à porre Firenze, Prato, et Signa: sapendo che da Firenze à Prato sono 10. miglia, fatta l'apertura di 10. miglia con le seste nella scala, tirreremo un cerchio, fermo il piede in Firenze: et dipoi preso lo spatio, che è fra Firenze, et Signa, che sono sette miglia, et fatto un cerchio dal punto di già preso per Signa; fò uno altro cerchio, il quale interseca il primo in duoi penti K, et L; et perche io sò, che Signa è su la man sinistra di Firenze guardando uerso Prato, dico Prato hauere à porsi nel punto K: questo modo è facilissimo, ogni uolta che ò per mare, ò per terra noi hauessimo la uera notitia delle miglia da luogo à luogo.

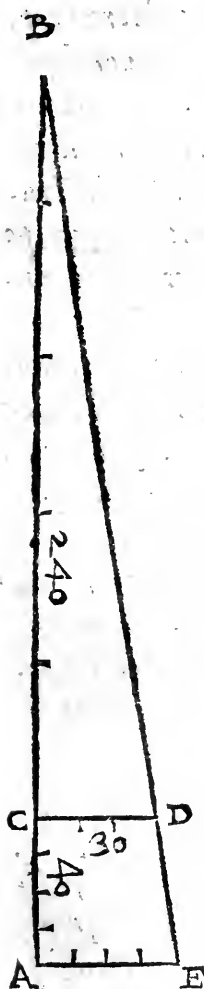
Non uò mancare di dire, che questo modo passato, se bene è facile à metterlo in atto, saputo che haremo le miglia de luoghi, non è però molto fedele, mediante la inegualità delle miglia, non andando sempre le strade per linee rette da luogo à luogo, ma torte in uerso più lati, secondo il caso, ò la occasione del paese: et però è di necessità, che metterlo poi in atto faccia su la carta qualche uarietà.

H
FIRENZE
CASTELLO
CALENZANO
F
I
G
D

L
SIGINA
FIRENZE
PRATO

Come si truoui vna distantia di vn luogo e sia quanto si voglia lontano. Cap. IIII.

ANCORA che il medesimo si sia insegnato nel terzo cap. & nel quarto del primo libro, non mi pare fuor di proposito replicare in questo luogo vn modo di trouare le distanze; atteso quanto sia necessario per porre le regioni in carta, et che molte uolte accaggia non hauer seco instrumento alcuno; con che pigliare si possino dette distantie diritte; però siami conceßo il poterlo quasi che replicare in questo luogo, ancorche si uarij qualche cosa da modi detti. Seruaci per essempio, che sia un castello, del quale uogliamo saper la distãtia: arrecheremoci in un campo largo, et spazzato, per il quale possiamo andare innanzi e indietro, et tornare ancora à nostro piacimento, et se ben non sarà piano, non importa molto. Quindi presa la ueduta del castello, accosteremoci per linea diritta ad eßo castello dal luogo prima determinato, per 35. paßi, et quiui rizzisi in terra fitta à piombo un'asta, la quale chiamaremo C, il castello da uedersi B, et il nostro primo luogo oue ci ponẽmo A. Fatto questo, discosteremoci dal C in su la mano ritta ad angolo à squadra dalla dirittura A B, per 26. paßi, et in questo luogo porremo una seconda asta, la quale chiamaremo D: doueuasi porre per terza asta A se bene non si è detto prima, et partendoci da essa douẽmo discostarsi ad angolo à squadra uerso la man destra, tanto che la ueduta dell'occhio nostro passando per la secõda asta D, arriui al Castello da misurarsi, et quiui poni un 4. termine, ò asta che sia E, misurisi dipoi, ò con braccia, ò con cãne, quãte le siano fra C et D, prima, et seconda asta, et ponghinsi da parte il numero di questa prima lontanãza, misurisi dipoi, quãte braccia sono fra C et A, la quale chiamaremo lõtanãza seconda,

 & por-

et porremo da parte anco questo suo numero: vltimamẽte misurisi la terza lontananza, cioè fra A, & E, & ponghinsi da parte ancora le sue braccia. Traggasi dipoi la prima lontananza dalla terza; & quel che ce ne resterà, diuenterà il nostro partitore. Multiplichisi dipoi la terza lontananza per la seconda & quel che ce ne resulta, partasi per il partitore: & quel che ce ne verrà sarà la dirittissima distantia fra A, & B, cioè fra la terza asta, & il castello. Dicesi adunque, che essendoci discostati dal C ad D, per 26. passi, che sono braccia 30. in circa, che poco, ò niente posson uariare di questo. Et dal C A per 40. braccia, & dalla A E, per braccia 36. traggasi il 30. dal 36. et ce ne resterà il partitore, che sarà 6. multiplichisi dipoi il 40 per 36. et ce ne verrà 1440. il qual multiplicato partito per 6. ci darà braccia 240. che è la vera diritta lontananza fra A et B: et è chiarissimo, che questo modo è certissimo, ogni volta che nel discostarsi per lato dalla prima ueduta, & seconda, ce ne discosteremo ad angoli retti, così l'una volta, come l'altra; ma credo bene, che senza vn quadrante, ò altro instrumento simile, difficilissimamente potremo discostarcene ad angoli à squadra: et quanto maggiore fusse detto

quadrante

quadrante tanta più giusta sarebbe la operatione; ma mostrisi la figura per maggiore dichiaratione. Non è dubbio, che chi considererà diligentemente, potrà conietturare, che questo medesimo si può fare con il quadrante; come si fece nell'operare, che si insegnò nel primo libro, et che poco di sopra si è allegato; modo insegnato dal Perurbachio, et dall Orontio, & da altri: ma auuertiscasi, che quanto maggiori si piglieranno le distantie fra asta, & asta, tanto più giusta tornerà la operatione, la quale non vorrebbe passare però molta gran lontananza; si per la piccolezza della scala altimetra descritta nel quadrãte; et si per la acutezza de razi della veduta, che non è possibile, che non vadino in qualche cosa variando, ma parendomi, che nel primo libro se ne sia parlato à bastanza, vò por fine à questo ragionamento.

Come veduti dua, ò tre luoghi, si possino giustamente trouare le loro distantie, mediante le linee, & gli angoli delle positioni, ancorche non ci trouassimo in alcuno di detti luoghi; & come si possa disegnare vna prouincia senza la bussola ritta, & senza l'osseruatione della tramontana. Cap. V.

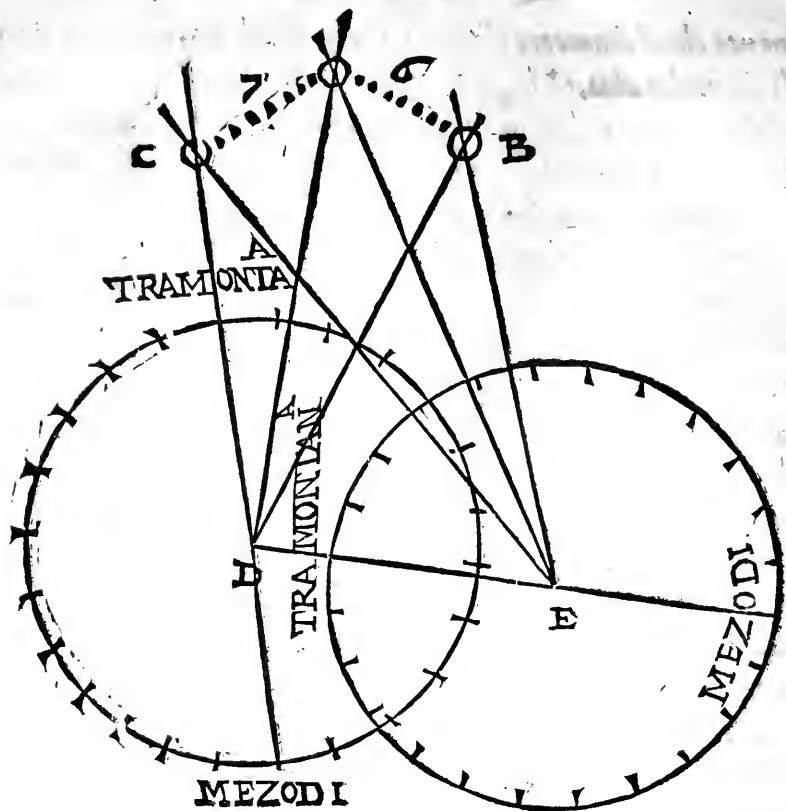
ER trouare la uera distantia di 3. ò 4. luoghi, andrẽcene con la bussola in una campagna; & non attendẽdo alle regioni del cielo, uolteremo uno de suoi diametri, cioè quello, che và da tramontana à mezo dì ad uno de luoghi da misurarsi, et sia qual si uoglia: dipoi uoltisi la linda (stãdo ferma la bußola) à tutti i luoghi, che uorremo misurare. Et notinsi i gradi, et i nomi de luoghi, secondo che si accostano, ò discostano dal detto diametro dalla bußola, et il luogo ancora doue disegneremo stare alla seconda operatione, et secondo che già si

 disse,

disse nel secondo capitolo di questo libro, ponghinsi con la bussolet ta di cartone in carta dette linee. Trasferiremoci dipoi in quel luogo, doue vorremo stare per la seconda operatione, che sia un 30. braccia, ò più lontano, per la dirittura nondimeno del luogo disegnato per la detta seconda operatione, et uolteremo la bussola, che con il suo diametro, che passa da tramontana à mezo dì, guardi uerso il luogo della prima operatione, et veggasi doue battono, cioè à quanti gradi le linee delle cose, ò luoghi, che vedesti nella prima operatione, in questa operation seconda; et notinsi i nomi, et i gradi da parte. Fatto questo, pongasi la bussoletta di cartone su la carta, che uorremo, che serua à descriuere tal Regione; talmente, che il diametro, che passa da tramontana à mezo dì, uadi à trouare il luogo della prima operatione, et di quiui si tirino le linee della veduta, ò positione di questa seconda operatione, et doue elle intersecheranno le altre à lor simili, cioè de medesimi luoghi, et nomi della prima operatione, quiui sarà i termini, et le positure di detti luoghi. Misurinsi dipoi quãte braccia sono dal luogo della prima operatione al luogo della secõda, perche mediante queste misure troueremo le misure de gli altri luoghi in questo modo. Diuidasi la linea che è fra un centro, et l'altro della prima, & seconda operatione, in quãte parti noi uorremo, et secõdo queste parti, misurinsi le distãtie, che son poi fra luogo et luogo. Multiplichisi dipoi quelle tali parti, che sono fra i duoi luoghi, per la lontananza, che è fra le due operationi; et quel che ce ne uiene, partasi per le parti delle operationi, et haremo la uera distãtia de luoghi, et il simile si faccia delli altri luoghi. Ma perche si è parlato alquanto sicuramẽte, uengasi allo essẽpio, per facilitare la cosa. Siano tre luoghi ABC, de quali noi uogliamo sapere le distantie fra l'uno, & l'altro, senza hauerci à trasferire in alcuno di essi: io porrò la nostra bussola nel punto D,

talmente

taimente che il diametro di detta, che passa da tramontana à mezo dì, sia uolto al C, nō hauēdo riguardo alcuno alle regioni, ò parti del Cielo, dipoi uolgendo la linda, guardisi per le mire il luogo A, et il luogo B, et similmēte E, doue disegneremo stare à fare la seconda operatione, et trouisi, che fra C, et A, sono 20. gradi, et fra C, et B, ne sono 40. et fra la linea C D, et la E, ne sono 110. Piglisi dipoi la nostra bussoletta di cartone, et fermisi sopra il cartone, nel quale si hà à disegnare la Prouincia: et tirisi la linea dal centro D primieramēte al C, che serue per il diametro, che è fra tramōtana & mezo dì, et hauendo trouato, che A, era 20. gradi lontana dalla linea C D, tirisi da detti gradi & centro una linea, che sarà D F la quale passa per A, et dipoi tirisi la linea de 40. gradi D B, per insino al G, ultimamente tirisi la linea di 110. gradi D E, per insino alla H, giù per questa linea, poi si pōga un cētro lontano quanto si uoglia, che sarà E, doue si hà à por di nuouo la bußola per la secōda operatione, la qual pōghiamo che sia in una distātia dal D, di 300. braccia, et uolta la bussoletta di cartone, che cō il suo diametro, che uà da tramōtana à mezo dì, guardisi il pūto D, della prima operatione, dipoi si uolta il regolo dal E al C, chè si allontanaua per 40. gradi, et quiui si tiri una linea che interseca detto C, passando per detti 40. gradi, tirisi poi la A, che è à 60. gradi, et B alli 75, le quali linee diuidono tutte le linee della prima operatione. Fatto questo diuidasi la linea D E con le seste in dieci parti uguali, mediante le quali parti misurinsi le distantie tra luogo & luogo, & dico per la regola delle tre cose se 10. mi da 300. & 10. hà fra B & A sei di quelle parti che, D E è 10. che mi darà 6. è chiaro, che mi darà 180. ilche è la uera distantia fra A B, & in questo medesimo modo sapremo le distantie fra A C, D C, D A, D B, C B, E C, E A, & E B. & questo è il terzo modo da disegnare una prouincia, facilissimo più

di

di tutti gli altri; conciosia che non si hà bisogno, se non d'un cerchio diuiso in 360. gradi con la linda; non ci fà mestiero di bussola ritta, ò in piano; non di osseruatione di tramontana; non di longitudine, ò latitudine: nõ di distantie de luoghi, et è tanto certo, & chiaro modo, che serue per 200. 300. et 400 miglia, senza alcuno errore, ò differentia notabile; pur che l'occhio ci serua, et si faccino come si è detto 2. operationi da duoi luoghi, tal che le cose ci uẽghino sempre vedute due uolte: et in questa maniera si può disegnare Città, Castella, Torri, Nascite, Suolte, ò Sboccamenti di Fiumi, Liti, Porti, et qual si voglia sorte di luoghi, ò siti.

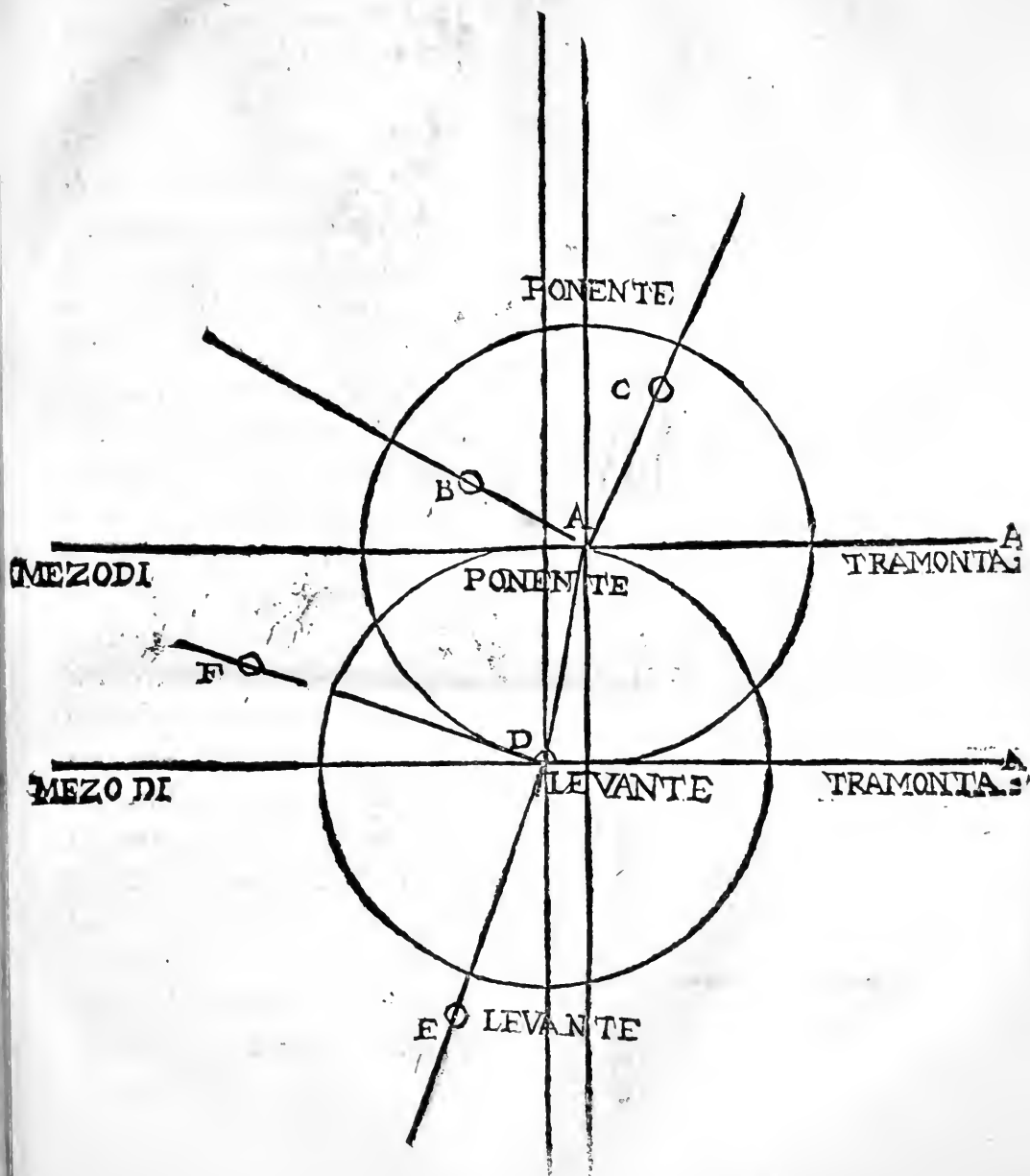
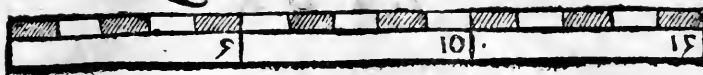
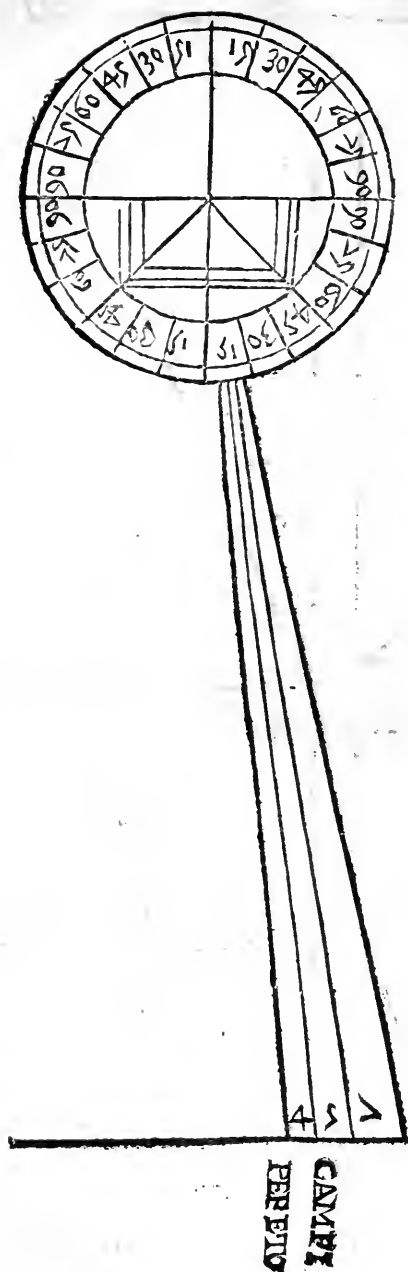
Come

Come si possa descriuere vna Regione, ò Prouincia, sapendo le distantie, & li angoli delle positioni. Cap. VI.

Qvesto ultimo quarto modo è molto facile, ma si hà bisogno di due cose, prima di sapere le distantie; & poi trouare le linee delle positioni. Le quali cose quando haremo sapute mediante le cose di già insegnate: Piglisi la bussoletta di cartone, et applichisi secondo il luogo donde si hà à cominciare in sul cartone: cioè se il luogo sarà nel mezo della Regione, ò Prouincia, pōgasi detta bussoletta di cartone nel mezo del cartone, et se altrimenti, pongasi secondo che ricerca il bisogno. Fatto questo, tirinsi le linee delle dirittore, ò positioni, in quel modo, che già si è insegnato. Fatto questo, faccisi una scala delle miglia secondo la grandezza della carta, doue vogliamo disegnare detta Prouincia, et da questa scala piglinsi le distantie, cioè la quantità delle miglia; et trasportinsi dal centro, dōde si tirarono le diritture sino alla quantità, che si sarà presa luogo per luogo in dette diritture, et se fatto vna prima operatione, ci piacerà di andare à fare la seconda, applichisi la bussoletta di cartone ad uno de luoghi già descritti, uoltandola talmente, che tramontana corrispōda a tramontana, et mezo giorno à mezo giorno; & sieno ugualmente discosto, cioè parallelo l'un diametro all'altro: et dell'altre cose, operisi come già si è detto. Seruaci per essempio, che il primo luogo sia A, *et i luoghi all'intorno siano* B C D. *Discostisi* B *da mezo dì verso ponente per 30. gradi, &* C *da ponente verso tramontana per uenti gradi, et* D *da leuante uerso mezo dì per 10. gradi: & fra* B, & A, *siano tre miglia, & fra* C, & A, *quattro, et fra* DA, *cinque: io applico la bussoletta di cartone alla* A, & *tiro linee* AB,

AC,

A C, & A D, secondo i loro gradi, dipoi piglio con le seste la quantità delle miglia luogo per luogo, & trasporto nelle loro linee. Trasferiscomi dipoi nel luogo D, intorno al quale sono duoi luoghi E & F, et la detta E si discosta da leuante verso mezo dì per 20. gradi, & F da mezo dì, in ponente per duoi, & E è lontana da D per sei miglia, et F per sette. Pongo adunque la bussoletta di cartone nel centro D, talmente che la sua linea della meridiana sia parallela alla meridiana della prima positura, & poi tiro le linee D E, et D F, secondo i loro detti gradi: dipoi piglio le distantie delle lor miglia nella scala, et le trasporto nelle loro linee: et cosi haremo dato fine à quattro modi del mettere le prouincie in carta, che promettemmo nel principio di questo quarto libro: nel qual non ci resta à dire altro, se non auuertire chi legge, che questo modo del descriuere le prouincie non è molto fedele, mediante la disugualità delle miglia, et piegamenti delle strade: i quali modi se per auuentura non piacessino à qualcuno, ricordisi, che Gemma Frisio, & molti altri, hanno vsato dire, che, se Tolomeo risuscitasse, non saprebbe, nè potrebbe dare regole migliori per descriuere le regioni, in piano & per dichiaratione maggiore delle cose dette veggasi la figura che segue.

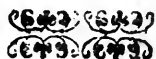
5
10
15
PONENTE
C
B
A
A
MEZODI
TRAMONTA
PONENTE
F
D
A
MEZO DI
LEVANTE
TRAMONTA
E
LEVANTE

Non uoglio lasciare indietro la commodità della bussola ritta nel pigliare le distantie: percioche quando noi fussimo con essa in alcun luogo di Firenze, & uoltassimo la linda della bussola piana alla ueduta di Peretola, & volessimo notare la distantia delle diritture mediāte la bussola ritta: guardisi à quanti gradi della bussola ritta si uede per le mire della sua linda; che pōghiamo, che sia per modo di parlare, cinque gradi della quarta da mezo dì à leuante; notisi poi, che à sei gradi di detta quarta, ci darà uno spatio à dirittura; et per modo di dire, fra Peretola & Campi di quattro miglia: & dipoi à sette, ci darà uno spatio di cinque miglia, tanto che di già da cinque à sei, & da sei à sette gradi, ci harà fatto una differentia di vn miglio per grado, veggasi dipoi vn'altro grado più inanzi, & ci darà forse una differentia di dua miglia; con la qual regola delle differentie, si potrà procedere in infinito,

infinito, crescendo sempre di grado in grado quel che li tocca. Ma auuertiscasi, che questa regola non serue in tutti i luoghi, nè in tutte le altezze; anzi bisogna sempre in ogni luogo doue ci trouerremo, fare questa scala delle differentie, che ci darà l'un grado dall'altro, conciosia che tali differentie si uanno variando, secondo le altezze nelle quali ci trouerremo à fare le operationi, ò più alte, ò più basse, da luoghi che uorremo misurare per porre in disegno; & eccone lo essempio in disegno, troppo piccolo in uero à queste minutie, ma serua per suegliare lo ingegno di chi legge.

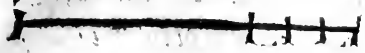
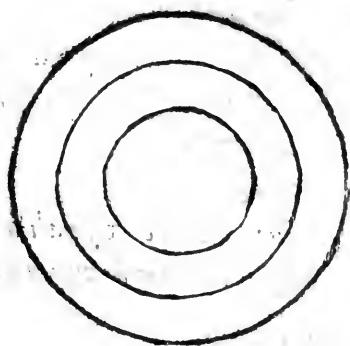
DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

DI COSIMO BARTOLI,

Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO QVINTO.

POI che io hò presa la fatica di giouare à molti che non hanno notitia della lingua greca, ò latina, nel mettere in questa nostra materna lingua Fiorentina le cose dell'Orontio, & di alcuni altri, attenenti alle misure: come per lo adietro si è dimostro, non voglio recusare ancora quest'altra fatica di mettere nella medesima lingua quelle dimande, concettioni, ò propositioni di Euclide: che sono state, ne' capitoli de libri passati più volte da me citate; acciochè coloro, che vorranno più essattamēte uedere in fronte la ragione delle cose dette, possino satiare l'animo loro, & godersi di queste mie fatiche; emmi parso metterle da parte tutte insieme, & non luogo per luogo doue le sono citate; per non confondere gli animi di coloro, che uolessino solamente attēdere alla pratica dell'operare, a' quali basterà forse le cose dette insino à quì Ma per satisfare alli studiosi, hò uoluto, che le si possino vedere in questa lingua tutte insieme. Satisfaccisi dunque ciascuno di quel che più li piace, & contentisi per hora solamente di quelle, che io hò messe in questo libro insieme, per dichiaratione delle cose passate, nō essendo stato mia intētione di uoler tradurre, come molti forse desidererrel bono Euclide: ma di uoler solamente

tradurre

tradurre quella parte, che mi è parsa necessaria per rendere ragione delle cose insegnate ne passati libri. Ma per non consumare più tempo, che ci bisogni nelle parole, cominciceremo à dire, che le dimande di Euclide sono cinque, delle quali ci bisogna far mentione.

Dimanda prima.

C*Oncedasi, che da qual si uoglia punto si possa tirare una linea diritta da un'altro punte, & che ella si possa tirare lunga à diritto quanto ci piace.*

Dimanda II.

C*Oncedasi, che da qual si uoglia punto si possa tirare un cerchio che occupi quanto spatio ci piace.*

Dimanda III.

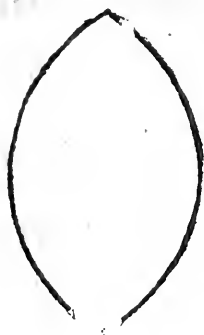
C*Oncedasi, che tutti gli angoli retti siano fra loro uguali.*

Dimanda IIII.

C*Oncedasi, che se una linea diritta cadrà sopra due linee diritte, & che i duoi angoli da una banda sieno minori di duoi angoli retti; che sia chiaro, che le dette due linee tirandole à dilungo si congiungeranno insieme.*

Dimanda V.

Concedasi, che due linee diritte non possono conchiudere alcuna superficie.

Le concettioni dell'animo, quanto ad Euclide, sono otto: ma due solamente son quelle, delle quali ci habbiamo da seruire.

Concetto dell'animo I.

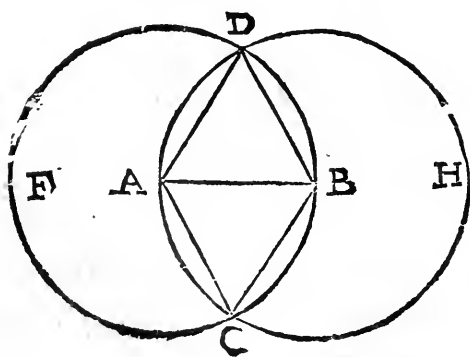
Qvelle cose, che sono vguali ad vna, & medesima cosa, sono ancora fra loro vguali.

Concetto II.

Se si aggiungon cose vguali alle vguali ogni cosa sarà vguale.

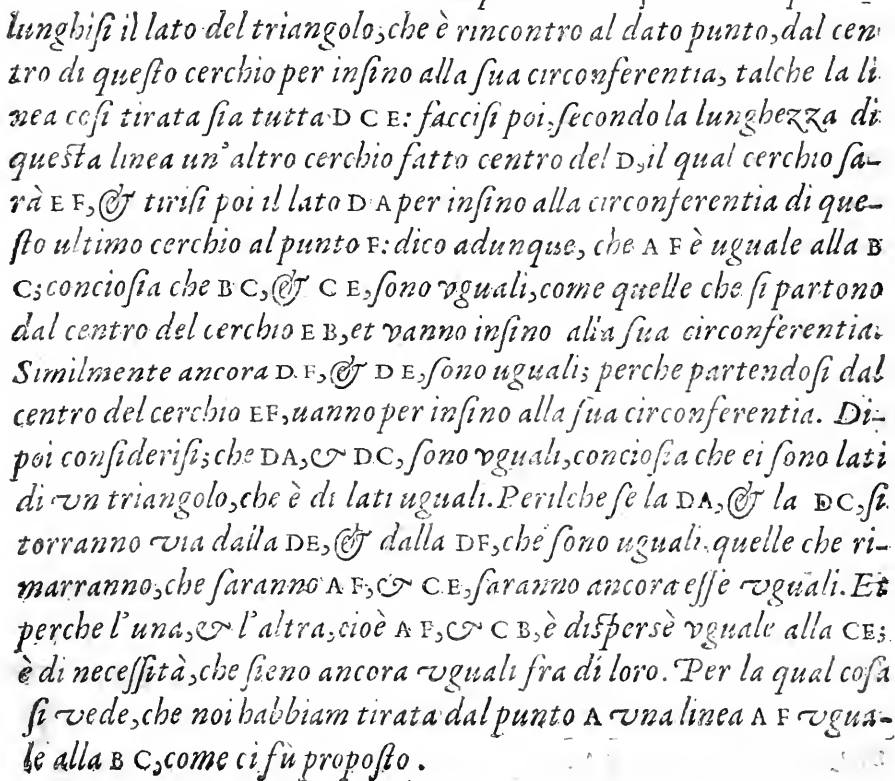
Concetto VIII. del 1. di Euclide.

Se alcuna cosa si porrà sopra di un'altra, et si applicherà à quella, et l'una non auanzerà l'altra, e' le saranno fra loro uguali.

Proposta prima del primo libro di Euclide.

Stabilire vn triangolo di lati vguali, sopra una linea dirita propostaci. Sia la propostaci linea diritta A B, sopra della quale io uoglio stabilire un triãgolo di lati vguali. Pongasi vn piè delle seste sopra una delle sue

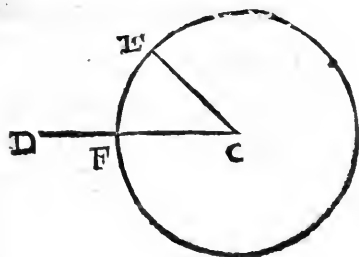
le ſue teſte, cioè nel punto A; & *con l'altro giriſi vn cerchio, per quanto è la lunghezza di detta linea, che paſſerà per il punto* B, *come ne inſegnò la ſeconda dimanda; il qual cerchio ſarà* C B D F. *dipoi facciſi centro del punto* B, & *giriſi uno altro cerchio, il quale ſarà* C A D H: *queſti duoi cerchi ſi interſecheranno in duoi lati, cioè nel punto* C, *et nel punto* D: *da una delle quali interſecationi, cioè dal* D, *tirerò due linee* D A, & D B, *ſecondo la regola della prima dimanda. Hora perche dal punto* A, *che è centro del cerchio* C B D, *ſi ſon tirate le linee* A D, & A B, *ſino alla ſua circonferentia, eſſe ſaranno di neceſſità uguali, mediante la diffinitione del cerchio, la quale dice. Il cerchio è una figura piana fatta da una linea, che ſi chiama Circonferentia; nel mezo della quale è vn punto, dal quale tutte le linee diritte, che ſi partono, & uanno ſino alla circonferentia, ſono uguali l'una all'altra: & il ſuo punto del mezo ſi chiama centro. Similmente ancora perche dal punto* B, *che è centro del cerchio* C A D, *ſi ſon tirate le linee* B A, *et* B D, *inſino alla ſua circonferentia, elle ſaranno uguali; Et perche l'una & l'altra, cioè* A D, *et* B D, *è di per sè uguale alla linea* A B, *come ſi è già prouato, ſaranno ancora fra di loro uguali, mediante la regola della prima concettione, ò vogliamo dirla concetto dell'animo. Perilche habbiamo in queſto modo collocato, ò ſtabilito, ſopra la propoſtaci linea diritta vn triangolo di lati vguali, come ci fù propoſto.*

Propoſta ſeconda di Euclide.

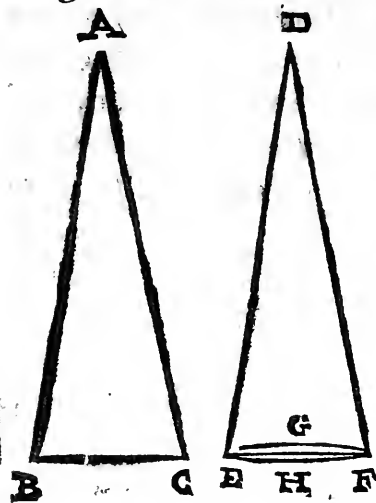
TIrare da un dato pũto intorno à una linea diritta propoſtaci, vna linea diritta che le ſia uguale. Sia il dato punto A, *et* B C *la linea propoſtaci, ſe noi vorremo dal punto* A *tirare vna linea vguale alla* B C, *da qual ſi uoglia parte che ci occorra, tiriſi una linea, che congiunga la* A *con quella teſta della* B C, *che ci occorrerà*

più opportuna; ma dicasi, che la congiungiamo con la testa C, *& che questa linea sia* A C: *faccisi poi sopra di questa linea* A C *vn triãgolo di lati uguali, come nella passata proposta si è detto, il qual sarà* A C D. *Põgasi dipoi vn piè fermo delle seste nella testa della data linea* C, *e tirisi vn cerchio per quanto è detta linea: ilqual cerchio sarà* E B: *dipoi allunghisi il lato del triangolo, che è rincontro al dato punto, dal centro di questo cerchio per insino alla sua circonferentia, talche la linea così tirata sia tutta* D C E: *faccisi poi, secondo la lunghezza di questa linea un' altro cerchio fatto centro del* D, *il qual cerchio sarà* E F, *& tirisi poi il lato* D A *per insino alla circonferentia di questo ultimo cerchio al punto* F: *dico adunque, che* A F *è uguale alla* B C; *conciosia che* B C, *&* C E, *sono vguali, come quelle che si partono dal centro del cerchio* E B, *et vanno insino alla sua circonferentia. Similmente ancora* D F, *&* D E, *sono uguali; perche partendosi dal centro del cerchio* E F, *uanno per insino alla sua circonferentia. Dipoi considerisi; che* DA, *&* DC, *sono vguali, conciosia che ei sono lati di vn triangolo, che è di lati uguali. Perilche se la* DA, *& la* DC, *si torranno via dalla* DE, *& dalla* DF, *che sono uguali, quelle che rimarranno, che saranno* A F, *&* C E, *saranno ancora esse vguali. Et perche l'una, & l'altra, cioè* A F, *&* C B, *è di per sè vguale alla* CE; *è di necessità, che sieno ancora vguali fra di loro. Per la qual cosa si vede, che noi habbiam tirata dal punto* A *vna linea* A F *vguale alla* B C, *come ci fù proposto.*

Propo-

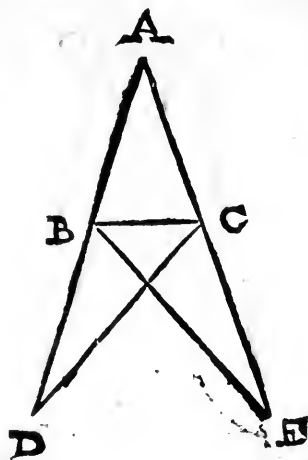
Proposta terza.

PRopost eci due linee disuguali, ci cõuerrà tagliare la più lũga di esse, tãto, che ella diuẽti uguale alla più corta. Siano due linee AB, & CD, sia la AB la minore, se noi vorremo tagliare della CD, tãto, che ella diuenti vguale alla AB. Tirisi prima dal punto C, vn' altra vguale alla AB, in quel modo, che si è detto nella passata, la quale sia CE; dipoi posto vn piè delle seste nel punto C, tirisi vn cerchio per quanto è la CE, il quale intersecherà la linea CD nel punto F: per ilche la linea CF sarà vguale alla CE. Conciosia che partendosi amendue da vn medesimo centro, uanno per insino alla circonferẽtia di vn medesimo cerchio. Oltre di questo, perche l'vna, et l'altra, cioè AB, et FC, sono uguali alla CE, è di necessità, che elle siano ancora uguale fra di loro, che è quello ci era proposto.

Proposta quarta.

DI quali si uogliono duoi triangoli, l'un de quali habbi duoi de suoi lati uguali à duoi lati dell'altro; et che i duoi angoli causati da lati uguali, siano fra loro uguali: è di necessità, che gli altri lati, che si risguardano, siano fra loro uguali et che gli altri duoi angoli del uno siano uguali à duoi angoli dell'altro; & che tutto il triãgolo finalmẽte sia uguale all'altro triangolo. Siano duoi triangoli ABC, & DEF, et il lato AB sia uguale al lato DE, et il lato AC al lato DF, et l'angolo A all'angolo D, dicesi; che la basa BC è uguale alla basa EF, et l'angolo B, all'angolo E, & l'angolo C all'angolo F, il che

ilche si proua in questo modo. Pongasi il triangolo A B C sopra il triangolo D E F, in modo che l'angolo A caschi su l'angolo D, & il lato A B sopra il lato D E, & il lato A C, sopra il DF; egli è manifesto secondo l'ottauo concetto, che nè gli angoli, nè i lati, non si auanzano l'vn l'altro; perche l'angolo A è vguale all'angolo D, & i lati soprapośti à quelli che li son sotto: per le cose dette adunque i punti B C cadrãno sopra i punti E F. Se adunque la linea B C cade sopra la linea E F, egli è chiaro quel che cercauamo: perche quando la linea B C posta sopra la EF, non auanza, & non è auanzata da lei, ella le sarà vguale secondo l'ottauo concetto. Per la medesima ragione sarà l'angolo B vguale all'angolo E, & l'angolo C vguale allo F. Ma se la linea B C non cadesse sopra la linea E F, ma cadesse dentro al triangolo, come la EGF, ò fuori, come EHF; auuerrebbe, che due linee diritte serrerebbono all'hora vna superficie, il che è impossibile, secondo la quinta dimanda di Euclide.

Proposta quinta.

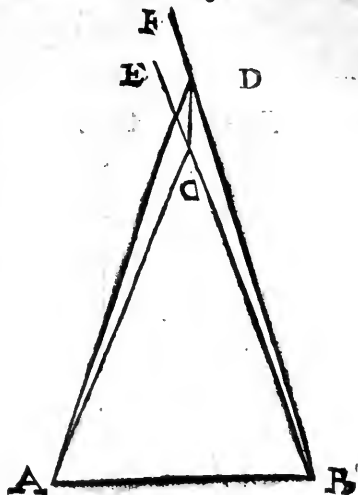
DI ogni triangolo, che habbi duoi lati uguali, è di necessità, che gli angoli, che sono sopra la basa, sieno uguali; et se i suoi lati uguali si tirerãno oltre à dilungo, causeranno ancor sotto la basa angoli fra loro uguali. Sia il triangolo A B C, che habbi duoi lati vguali, cioè lo AB uguale allo AC; dicesi, che l'angolo ABC è uguale allo ACB; & se si allungheranno AB, & AC, per insino al D, et alla E, si farà lo angolo DBC uguale all'angolo ECB: ilche si proua in questo mo-

sto modo. Tirinsi oltre le A B, *&* A C, *& pongasi per terza la* A D *vguale alla* A E: *& tirinsi le linee* E B, *et* D C; *& perciò intendinsi duoi triangoli* A B E, *&* ACD: *i quali si prouerrà, che sono vguali, & di lati, et di angoli. Conciosia che i duoi lati* A B, *et* A E, *del triangolo*, ABE, *sono uguali à duoi lati* A C, *et* A D, *del triangol* ACD; *& l'angolo* A, *è commune all'uno, et all'altro: perilche, secõdo la quarta, la basa* B E, *è uguale alla basa* C D, *et l'angolo* A B E *è vguale all'angolo* A C D. *Intendinsi medesimamente duoi triangoli* D B C, *&* E C B, *i quali si prouerrà medesimamente, che sono & di lati, et di angoli vguali. Conciosia che i duoi lati* D B, *&* D C, *del triangolo* B D C, *sono vguali à duoi lati* E C, *&* E B, *del triangolo* E B C: *& lo angolo* D, *è vguale all'angolo* E: *perilche secondo la quarta, la basa alla basa, & gli altri angoli à gli altri angoli, perilche l'angolo* D B C, *è vguale all'angolo* ECB, *ilche è quel che fà à nostro proposito, che gli angoli, cioè sotto la basa, sono uguali. Oltre di questo, l'angolo* B C D *è vguale all'angolo* E C B, *& tutto l'angolo* ABE *è uguale all'angolo* ACD, *come si proua di sopra: perilche l'altro angolo* A B C *è vguale all'altro* ACB, *l'vno & l'altro de quali è sopra la basa: ilche è quello, che si cercaua.*

Proposta Settima.

S*E da duoi pũti, che terminano alcuna linea, usciranno duoi linee che si uadino à congiungere insieme in un pũto, egli è impossibile tirare uerso la medesima banda da medesimi pũti due altre*

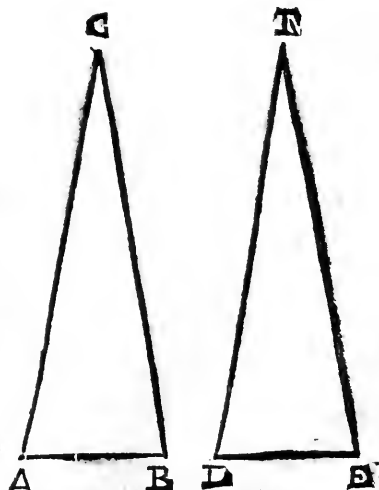
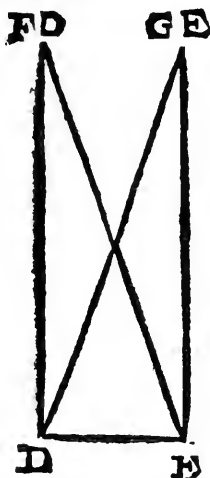
linee simili, che si vadino à congiungere in un altro punto. Sia la linea AB, dalle teste della quale tirinsi inverso vna delle bāde, due linee, talmente che si uadino à congiungere insieme in un medesimo pūto, cioè AC, & BC, che si congiunghino nel punto C: dicesi, che uerso questa medesima banda non si possono tirare due linee da quelle teste medesime, che uadino à congiungersi in un altro punto: talmente che quella che esce dal punto A, sia uguale alla A C; & quella che esce dal punto B, sia uguale alla BC. Seruaci per essempio dell'impossibile, et tirinsi due altre linee dalla medesima parte, le quali si congiūghino nel punto D, et dicasi, che la linea AD sia uguale alla AC, et la BD sia uguale alla BC; ei ci auerrà, che il punto D sarà, ò dentro, ò fuori al triangolo, conciosia che in uno de lati nō può cadere; perciochese questo fusse, la parte sarebbe uguale al tutto: ma se ei cadrà fuori del triangolo, ò una delle linee AD, et BD, intersecherà vna delle linee A C, & BC, ò nessuna di queste ultime non intersecherà alcuna delle prime; ma diasi prima l'essempio, che l'vna intersechi l'altra, et tirisi la linea CD: adunque perche i duoi lati del triangolo ACD, cioè AC, & AD, sono vguali; l'angolo ACD, sarà uguale all'angolo ADC, secondo la quinta. Et similmente perche i duoi lati BC, & BD, del triangolo B C D, sono uguali gli angoli BCD, et BDC; saranno, secondo la medesima, ancora uguali. Et perche l'angolo B D C è maggiore dell'angolo A D C, ne seguita, che l'angolo B C D sia maggiore dell'angolo A C D, la parte, cioè maggio-

re del

re del tutto, ilche è impossibile. Ma se nel cadere il D *fuori del triangolo* A B C, *non si intersecherà alcuna linea, tirisi la* D C, *& allunghisi* B D, *&* B C, *sotto la basa sino alla* E, *&* F: *percioche le linee* A D, *&* A C, *sono uguali, saranno ancora gli angoli* A C D, *&* ADC, *per la quinta, uguali. Et similmente perche* B C, *&* B D, *sono uguali, gli angoli ancora sotto la basa* C D F, *&* D C E, *saranno per la seconda parte della detta uguali. Et perche l'angolo* E C D *è minore dell'angolo* A C D, *ne seguita l'angolo* F D C, *esser minore dell'angolo* ADC, *il che è impossibile, & in questo modo medesimo s'indurrebbe l'auuersario all'inconueniente, quando il punto* D *cadesse dentro al triangolo* A B C.

Proposta ottaua.

D*I qual si uoglino duoi triangoli, de' quali i duoi lati dell'uno siano uguali à duoi lati dell'altro, & la basa dell'uno sia uguale alla basa dell'altro; è di necessità, che i duoi angoli causati da lati uguali, sieno ancor essi uguali.*

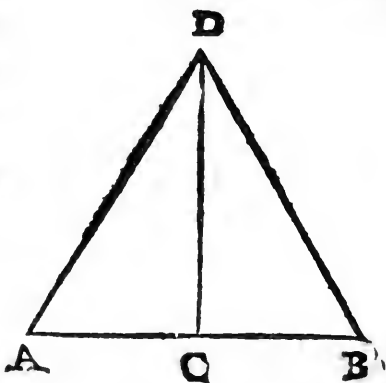
Siano duoi triangoli A B C, *&* D E F, *& lo* A C *sia uguale al* D F,

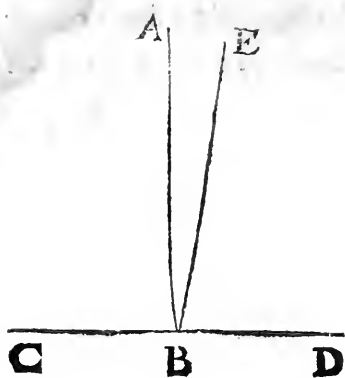
& il

& il B C uguale al E F, et lo A B al D E, dicesi l'angolo C esser uguale all'angolo F, & l'angolo A all'angolo D, & l'angolo B all'angolo E. Mettasi la basa A B sopra la basa D E, le quali essendo uguali non auanzeranno l'una l'altra, secondo l'ottauo concetto dell'animo, et il punto C cadrà sopra il punto F, ò no: se ei ui cadrà, perche l'angolo C posto sopra l'angolo F, non auanza, et non è auanzato, ei sono fra di loro uguali, secondo il concetto ottauo, et il medesimo si potrà dire de gli altri angoli. Ma se il punto C non cadrà sopra il punto F, ma sopra qual si uoglia altro, come sarebbe il G: perche la E G è uguale al B C, anzi la medesima: sarà medesimamente D G uguale al A C, et E G al E F, et D G al D F, ilche secondo la settima è impossibile.

Proposta. XI.

COme, data una linea diritta, si possa sopra di essa tirare da un suo determinato punto una linea à piombo, la quale causi da amendue le bande duoi angoli à squadra, et uguali.

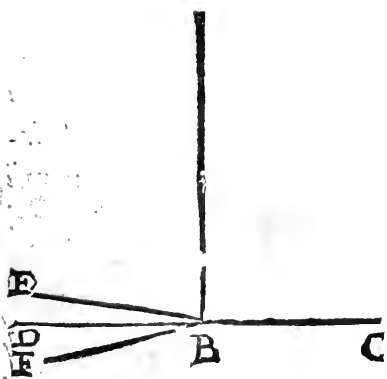
Sia la detta linea A B, nella quale sia determinato il punto C, al quale ci bisogni tirare una linea à piombo. Faccisi la linea B C, mediante la terza proposta, uguale al A C, et sopra tutta la A B faccisi un triangolo di lati uguali, che sia A B D, et da esso si tiri la linea CD; dico che ella è à piombo sopra la AB; cōsiderisi, che ei sono

duoi

duoi triangoli, A C D, *et* B C D; *perche dunque i duoi lati* A C, *et* C D, *del triangolo* A C D, *sono vguali à duoi lati* C B, *et* C D, *del triangolo* C B D; *et la basa* A D, *alla basa* B D; *sarà, mediante la ottaua, lo angolo* A C D, *vguale allo angolo* B C D, *perilche l'uno et l'altro sarà retto, secondo la diffinitione dell'angolo retto, et la linea* C D *sarà à piombo sopra la* A B, *seconda la diffinitione della linea à piombo, che dice, la linea à piombo è quella, che sta sopra ad vna linea, sopra della quale ella è posta, et che da ogni banda fa angoli retti, si che habbiamo prouato quello ci eramo proposto.*

Propositione. XIII.

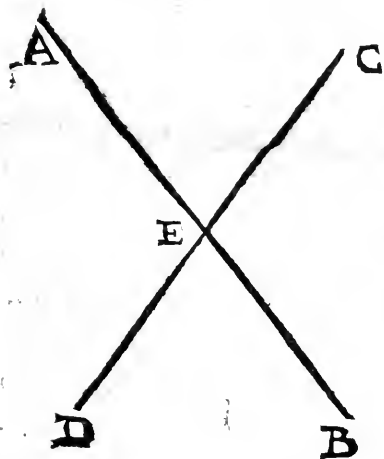
I *Duoi angoli da amendue le bande di qual si uoglia linea diritta, che caschi sopra un'altra linea diritta, sono, ò retti, ò uguali à duoi retti. Sia che la linea diritta* A B, *caschi sopra la linea diritta* C D, *dicesi che, se ella ui cadrà su à piombo, causerà duoi angoli à squadra, secondo la diffinitione della linea à piombo già detta. Ma se ella non vi cadrà sopra à piombo, tirisi dal punto* B *la* B E *à piombo sopra la* C D, *secondo la vndecima, et saranno i duoi angoli* EBC, *et* EBD, *retti secondo la diffinitione, perche adunque i duoi angoli* D B A, *et* A B E, *son vguali all'angolo* D B E, *ei saranno con l'angolo* C B E, *vguali à duoi retti. Perilche i tre angoli* D B A, A B E, *et* C B E, *sono vguali à duoi retti. Et perche lo angolo*

golo CBA, *è vguale à duoi angoli* CBE, *et* EBA, *i duoi angoli adunque* CBA, *et* ABD, *sono vguali à duoi retti, che è quello ci fù proposto, perilche è manifesto, che ogni spatio, che si troua in qual si voglia superficie piana intorno à qual si voglia punto, è vguale à quattro angoli retti.*

Proposta. XIIII.

SE due linee si partiranno da un punto di una linea, et andranno in parti contrarie, et faranno intorno à loro angoli retti, ò duoi simili à duoi retti, egli è di necessità, che le sieno cōgiunte insieme, et diuētate una linea sola. Auuenga che dal punto B, *della linea* AB, *eschino due linee una in quà et l'altra in là, che sieno* BC, *et* BD, *et causino duoi angoli, come* CBA, *et* DBA, *vguali à duoi retti; dicesi che le linee* CB, *et* DB, *sono ad vna dirittura, et in vn filo, cioè diuentate vna linea sola, et questa è la contraria della passata. Et se ci fusse detto, che non fusse vero tiri questo tale la* CB *à dirittura, et à dilungo, laquale se nō sarà una medesima con la* DB: *ò ella le passerà di sopra come la* BE, *ouero di sotto*

come

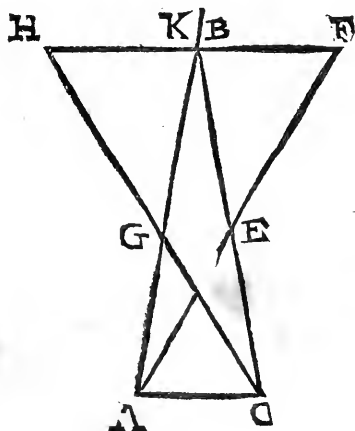
come la BF, *perche adunque la linea* AB *cade sopra la linea diritta* C B E, *gli angoli* CBA, *et* EBA *saranno vguali secondo la passata à duoi retti: et perche tutti gli angoli retti sono scambieuolmente uguali, secondo la terza dimãda; gli angoli ancora* CBA, *et* DBA, *sono uguali à duoi retti: & per le ragion dette, saranno i due angoli* CBA, & FBA, *uguali a' due angoli* CBA, & DBA: *adunque tolto uia l'angolo commune* CBA, *sarà l'angolo* EBA *uguale all'angolo* DBA, *la parte al suo tutto, ilche è impossibile. Similmente per la linea* CB, *tirata à lungo, si prouerrà l'angolo* DBA *essere vguale all'angolo* FBA, *se per auuentura l'auuersario dicesse, che la linea* CB *tirata à dilungo cadesse sotto la* BD.

Proposta XV.

DI qual si uoglino due linee, che si intersechino insieme, tutti gli angoli, che le causano, sono contrari l'uno all'altro, cioè di rincõtro sono uguali. Onde è manifesto, che due linee diritte, che si intersechino scambieuolmẽte l'una l'altra, causano angoli uguali à quattro retti. Siano due linee AB, et CD, che si intersechino l'una l'altra nel punto E; dico, che l'angolo DEB è uguale all'angolo AEC, & che l'angolo BEC è vguale all'angolo AED; & secondo la terzadecima, i duoi angoli AEC, et CEB, saranno vguali à duoi retti. Et i duoi angoli ancora CEB, et DEB, per la medesima sono vguali à duoi retti: perilche i duoi primi sono vguali à duoi ultimi, perciochè tutti

i retti

i retti sono fra loro scambieuolmente uguali, secondo la terza dimanda; tolto adunque via l'angolo commune, che è il C F B, *l'angolo* A E C *sarà uguale all'angolo* D E B. *Et nel medesimo modo si prouerà, l'angolo* C E B, *esser uguale all'angolo* AED, *che è quel che ci eramo proposto.*

Proposta XVI.

SE qual si uoglia lato di un triãgolo si tirerà diritto à dilungo, causerà l'angolo di fuori maggiore, che l'uno et l'altro angolo del triangolo, che di dentro li è à rincontro. Occorra, che il lato A B *del triangolo* A B C, *si tiri à dilungo sino al* D, *dicesi, che l'angolo* D B C *è maggiore dell'uno & dell'altro de duoi angoli di dentro, che li sono di rincontro, che sono* B A C, *&* B C A: *conciosia che diuidendosi la linea* C B, *nel punto* E *in due parti uguali, tirãdosi* AE *insino à* F, *talche* E F *sia uguale al* A E, *& tirandosi ancora la* F B, *si potranno intendere i duoi triãgoli* CEA, *et* B E F. *Et perche i duoi lati,* AE, *et* E C, *del triãgolo* A E C, *sono uguali à i duoi lati,* F E, *&* EB, *del triangolo* F E B, *& lo angolo* E; *dell'uno, è uguale all'angolo* E *dell'altro, secõdo quel si è detto, perche ei sono angoli posti contro l'un l'altro; sarà l'angolo* E C A, *secõdo la quarta, uguale all'angolo* EBF.

Et però l'angolo E B D, *sarà maggiore dell'angolo* B C A; *Prouerrassi ancora per la medesima ragione, che egli è maggiore dell'angolo*

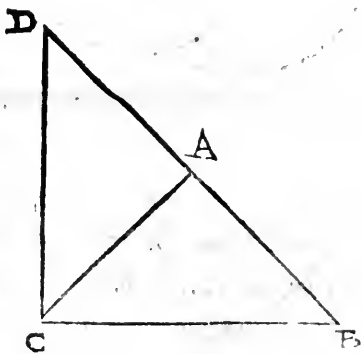
golo C A B. Imperoche diuidasi A B con un pūto in due parti ugua li al punto G, secondo la decima, & tirisi oltre la G H, uguale alla G C, secondo la terza. Tirisi dipoi HBK, & saranno i duoi lati, AG, et G C, del primo de duoi triangoli A G C, & B G H, uguali à duoi lati B G, & G H, dell'altro, & l'angolo G dell'uno, all'angolo G dell'altro, secondo la quintadecima, adunque per la quarta, l'angolo GAC è uguale all'angolo GBH; perilche secondo la quintadecima, all'angolo ancora K B D. Et perche l'angolo C B D è maggiore dell'angolo K B D, sarà ancora maggiore dell'angolo B A C, che è quello, che cercauamo.

Proposta XX.

I Duoi lati di qual si uoglia triangolo congiunti insieme son maggiori dell'altro. Sia il triangolo ABC, dico che i duoi lati, AB, & A C, sono più lunghi del lato B C, allunghisi la linea B A, per insino al D, talmente che l'A D sia uguale alla A C, & tirisi C D, secondo la quinta, l'angolo A C D sarà uguale all'angolo D, perilche l'angolo B C D, è maggiore dell'angolo D. Adunque per la diciottesima, che si dice (il lato più lungo di qual si uoglia triangolo è posto rincontro all'angolo maggiore) il lato B D è maggiore del lato B C, ma

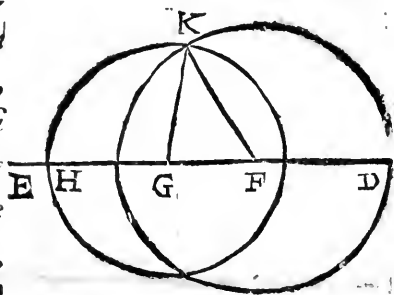
B D è uguale ad A B, & A C. perilche BA, & AE, congiunti insieme, sono maggiori del lato B C, che fù quello, che da principio ci proponemmo.

Proposta

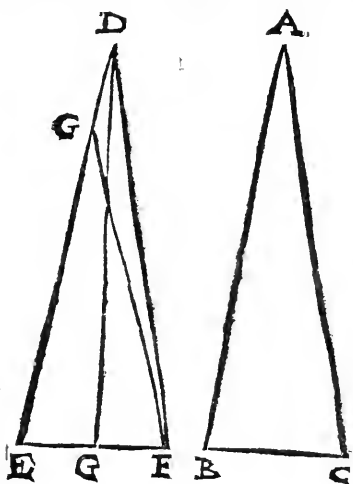
Proposta XXII.

Dato che ci siano proposte tre linee diritte, due delle quali, & siano quali si voglino, congiunte insieme, siano più lunghe, che l'altra, come si possa stabilire un triangolo di tre altre linee simili à quelle. Sianoci proposte tre linee diritte A B C, *& siano due di loro, quali si voglino, congiunte insieme più lunghe che l'altra. Percioche sarebbe impossibile fare di quelle tre line uguali un triangolo, secondo la uentesima. Quando adũque noi vorremo stabilire un triangolo delle tre dette linee, piglisi una linea diritta, che sia* D E, *alla quale dalla parte* E *nõ si assegna fine determinato: di questa poi piglisine, secondo la terza proposta, la* D F *vguale alla* A, *&* F G *vguale al* B, *&* G H *vguale al* C, *& fatto centro del punto* F, *tirisi vn cerchio per quanto è la* F D, *che sia* D K*: Et dipoi fatto centro del* G, *faccisi per quanto è la* G H, *il cerchio* K H, *che si intersecheranno in duoi punti, che vno sarà* K*: altrimenti ne seguirebbe, che vna delle dette linee fusse vguale all'altre due congiunte insieme, ò maggiori di esse, che è il contrario di quel ci siamo proposto. Tirinsi adunque* K F, *&* K G, *& sarà fatto il triangolo* K F G, *di tre linee vguali alle proposieci* A B C*; perche* F D, *&* F K, *sono vguali, conciosia che le vanno dal lor centro alla circonferentia; perilche* F K *è vguale alla* A, *&* G H, *&* G K, *sono vguali, perche le vanno dal centro alla circonferentia;*

perilche G K *è uguale al* C. *Et perche* G F *fù presa uguale al* B, *è manifesto quel che cercauamo.*

Proposta XXIIII.

C*Ome propostaci una linea diritta, si possa sopra vno de suoi termini stabilire vn' angolo vguale à qual'altro si voglia propostoci angolo. Sia la proposta linea* F E, *&* *le linee che fanno l'angolo propostoci, siano* B A. *sotto al quale angolo tirisi la basa* C, *et vorrei sopra il punto* F *della linea* E F, *si facesse vn' angolo uguale al propostoci. Aggiunghisi alla* E F *la* F D, *vguale alla* A, *&* *della* F E *piglisi la* F G *vguale al* B, *&* *di* G E, *piglisi* G H *vguale al* C. *Et se da punti* F G, *si tirino duo cerchi* D K, *&* K H, *per quanto son la* F D, *&* G H, *che si interse cheranno nel punto* K, *come si insegnò nella passata, et tirate le linee* K F, *et* K G, *i duoi lati* K F, *et* F G, *del triangolo* K F G, *saranno vguali à duoi lati* A, *et* B, *del triangolo* A B C, *et la basa* G K *sarà uguale alla basa* C, *adunque, secondo la ottaua, l'angolo* K F G *sarà vguale all'angolo, che fanno la* A, *et il* B, *che è quel che cercauamo.*

Proposta XXVI.

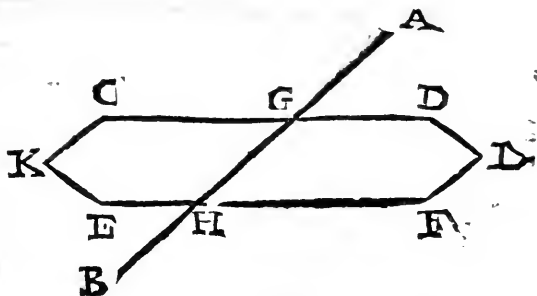
D*I quali si uoglino duoi triãgoli, de quali i duoi angoli dell'uno sarãno uguali à duoi angoli dell'altro, ciascũ però à quel che*

li è à rincõtro, & il lato ancora dell'uno uguale al lato dell'altro, et sia qual si uoglia fra i duoi angoli uguali, ò rincõtro ad uno di loro: sarãno ancora gli altri duoi lati dell'vno uguali à gli altri duoi lati dell'altro, & ciascuno però ugualmente à quel che li è à rincõtro, & l'altro angolo dell'uno sarà vguale all'altro angolo dell'altro. Siano duoi triangoli ABC, & DEF, *et l'angolo* B *sia uguale all'angolo* E, *et l'angolo* C *uguale all'angolo* F, *et sia il lato* BC *uguale al lato* EF, *ò uno de gli altri duoi lati* AB, *et* AC, *uguale all'altro de duoi lati* DE, & DF; *talmente che* AB *sia vguale al* DE, *ò* AC *al* DF; *dicesi che gli altri duoi lati dell'vno saranno vguali à gli altri duoi lati dell'altro, et che l'altro angolo sarà uguale all'altro angolo, cioè* A *à* D. *Pongasi primieramente, che il lato* BC, *sopra il quale sono adiacere gli angoli* BC, *sia uguale al lato* EF, *sopra del quale giaciono gli angoli* EF, *quali si disse, che erano uguali à gli angoli* BC. *Io dirò all'hora che il lato* AB *è vguale al lato* DE,

& *il lato* AC *à* DF, & *l'angolo* A *à* D. *Et se il lato* AB *non sarà vguale al lato* DE, *l'vno de suoi sarà maggiore. Poniamo che sia maggiore il* DE, *ilquale taglisi alla grandezza, & vgualità di* AB, & *sia per via di dire* GE *vguale ad* AB, & *tirisi oltre la linea* GF; & *sarà, secondo la quarta, l'angolo* GFE *vguale all'angolo* ACB; *perilche sarà ancora al* DFE C, *cioè la parte al tutto, ilche è impossibile. Sarà adunque* DE *vguale alla* AB; *adunque, per la quarta,* DF *sarà vguale al* AC, & *l'angolo* D *all'angolo* A,

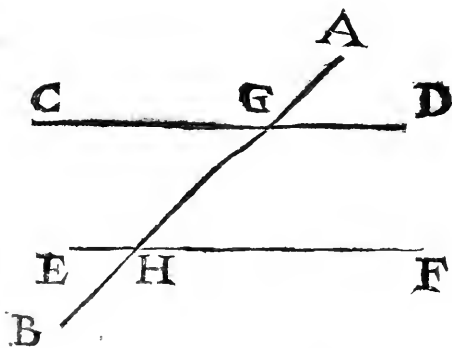
lo A,*che è il primo membro della propoſtaci diuiſione. Siano di nuo uo duoi angoli come prima,* B,*et* C,*uguali à due angoli* E,*et* F,*et ſia il lato* AB,*che è rincontro all'angolo* C,*vguale al lato* D E,*che è rin contro all'angolo* F,*vguale al quale dicemmo che era lo angolo* C: *dico che il lato* BC,*ſarà uguale al lato* E F, *& il lato* A C *al lato* D F, *& lo angolo* A *all'angolo* D: *che ſe il lato* E F *non fuße vguale al lato* B C,*ſarà uno de duoi maggiore. Pongaſi che ſia maggiore* E F, *& che* E G *ſia vguale al* BC,*& tiriſi la linea* D G;*ſarà,per la quarta,l'angolo* D G E *uguale all'angolo* A C B,*perilche all'angolo ancora* DFE,*cioè il di fuori à quel di dentro, ilche è impoßibile mediante la ſediceſima: ilche la* E F *ſarà vguale alla* B C: *adunque per la quarta,il lato* D F *ſarà vguale al lato* AC,*& l'angolo* D *all angolo* A,*che è il ſecondo membro della propoſtaci diuiſione: là onde il tutto ci è manifeſto.*

Propoſta XXVII.

S*E vna linea diritta cadrà ſopra due linee diritte, et cauſerà doi angoli corriſpondentiſi, che ſieno fra loro uguali quelle due linee ſaranno fra loro parallele.*

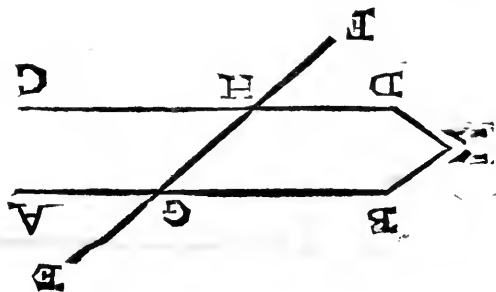
Auuenga, che la linea A B, *caſchi ſu le due* C D, *&* E F, *& interſechi la* C D *nel punto* G, *& la* E F *nel punto* H, *& ſia lo angolo* D G H,*vguale all'angolo* E H G:*diceſi,che le linee* CD, *&* EF,*ſono parallele; et ſe elle nõ ſaranno,andranno à congiũgerſi inſieme*

si insieme, dalla parte C E, al punto K, ò dalla parte D F, al punto L; & in qual si uoglia modo accadrà l'impossibile secondo la sestadecima, cioè, che l'angolo di fuori sia uguale all'angolo di dentro; conciosia che uno di detti corrispondentisi, che si è detto, che sono uguali, sarà di fuori, & l'altro di dentro. Adunque perche egli è impossibile, che elle si uadino ad unire insieme da alcuna delle bande, saranno ueramente secondo la diffinitione parallele, che è quel che ci eramo proposto.

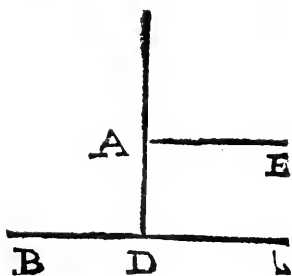
Proposta XXVIII.

SE una linea diritta cadrà sopra due linee diritte, et l'angolo suo di dẽtro sarà uguale all'angolo di fuori, che gli è à rincõtro, ò i duoi angoli di dentro da una bãda saranno uguali à due angoli retti, quelle due linee saranno parallele. Sia una linea A B, che intersechi le due linee C D, & E F, ne' punti G, & H, & l'angolo G di fuori, sia uguale all'angolo H di dẽtro, che gli è à rincontro, preso dalla medesima banda; ouero i duoi angoli G, & H, di dentro presi dalla medesima banda, sieno uguali à duoi retti: dicesi le due linee C D, & E F, essere parallele: sia primieramente l'angolo D G A uguale allo F H G, & sarà l'angolo C G H, secondo la quindicesima, uguale al medesimo angolo F H G perilche, secondo la uentisettesima, C D, & E F, sono parallele. Siano ancora

i duoi

i duoi angoli D G H, & FHG, uguali à duoi retti: & perche per la tredicesima i duoi angoli D G H, & CGH, sono similmente uguali à duoi retti, l'angolo CGH sarà uguale all'angolo FH: la onde per la passata C D, & E F, saranno parallele, che è quello, che cercauamo.

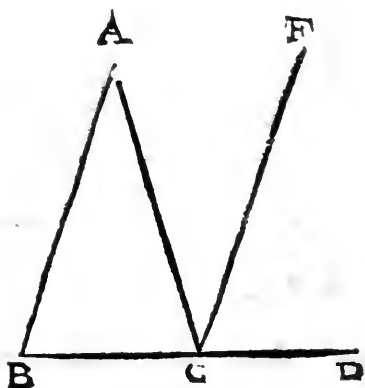
Proposta XXIX.

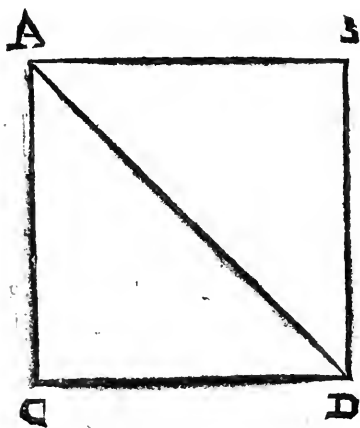
SE una linea cadrà sopra due linee parallele, i duoi angoli respettiuamente corrispondentisi, saranno fra loro uguali, et l'angolo di fuori sarà uguale all'angolo di dentro, che li è di rincontro: et i duoi angoli di dentro dall'una parte, et dall'altra, sarãno uguali à duoi retti. Siano due linee A B, et C D, parallele, sopra le quali caschi la linea EF, che le intersechi ne' punti G, et H, dico tre cose: la prima, che gli angoli G, et H, corrispondentisi, sono uguali; secõdariamente, che l'angolo G di fuori è uguale all'angolo H di dentro postoli à rincõtro et preso dalla medesima banda, et per terza, dico, che gli angoli G, & H, di dentro presi da una medesima banda, sono uguali à duoi retti, che è la contraria delle due passate. Et che ciò sia primieramẽte uero, si uede in questo modo. Se l'angolo B G H non fusse uguale all'angolo C H G, uno di loro è forza che fusse maggiore dell'altro: pongasi, che C H G sia maggiore: & perche i duoi angoli C H G, & G H D, sono uguali à duoi retti, secondo la già allegata tredicesima i duoi angoli BGH, & DGH, saranno minori di duoi retti; adunque

per la quarta dimanda, se le due linee A B, et C D, si tireranno oltre si congiungeranno insieme nelle parti B, & D, à qualche punto, come è al K, et non saranno adunque secondo la loro diffinitione parallele, che sarà contro al propostoci argomento: et perche questo è impossibile, saranno i duoi angoli corrispondentisi B G H, & C H G uguali, che è quel che da prima ci proponemmo. Da questo è manifesto quel che secondariamente si disse: perciochè l'angolo B G H, secondo la quintadecima: è vguale all'angolo A G E perilche l'angolo A G E sarà uguale all'angolo C H G, il di fuori cioè à quel di dentro, che fù la seconda cosa che ci proponemmo; da questo di nuouo si vede manifesto quel che occorra dire per la terza cosa: conciosia che, secondo la tredicesima, i duoi angoli A G E, & A G H, sono vguali à duoi retti, adunque i duoi angoli A G H, & C H G, saranno ancor essi uguali à duoi retti· che sono i duoi di dẽtro presi dalla medesima banda, ch'è la terza cosa, che si propose.

Proposta XXXI.

DA vn punto propostoci fuori di vna linea, tirare una linea parallela alla già propostaci linea. Il punto propostoci fuori di vna linea si intende, quando tirando una linea da amendue le bande non passa per esso. Sia il punto A propostoci fuori della linea B C, dal quale bisogni tirare vna parallela alla B C, tirisi la linea A D, in qualunque modo occorra sopra il punto A, che è la estremità della linea A D, & faccisi l'angolo E A D, secondo la

do la uentitreesima, vguale all'angolo B D A, suo corrispondente, & sarà A E parallela alla B C, per la ventisettesima, che è quello ci proponemmo.

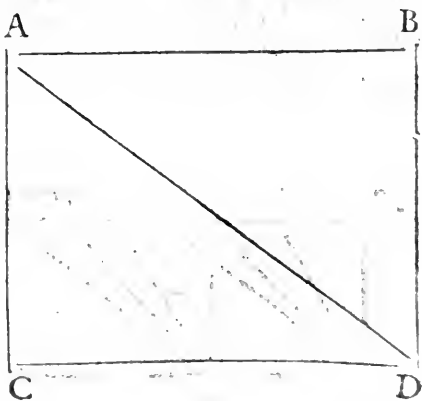
Proposta XXXII.

OGni angolo di fuori di qual si uoglia triãgolo è uguale à duoi angoli di dentro postoli à rincontro, & tutti à tre i suoi angoli è di necessità che sieno vguali à due angoli retti. Sia il triangolo A B C, il lato B C del quale si prolunghi sino al D, dico, che l'angolo C, di fuori è uguale à duoi angoli di dentro A, & B, postoli à rincontro congiunti insieme; et che i tre angoli del triangolo A B C, congiunti insieme, sono uguali à duoi retti. Io prolungherò dal punto C il lato C F parallelo ad A B, et lo angolo F C A sarà vguale all'angolo A, conciosia che sono corrispondentisi, secondo la prima parte della uentinouesima. Et l'angolo F C D di fuori, è vguale all'angolo B di dentro, secondo la seconda parte della uentinouesima per il che: tutto la A C D di fuori è uguale à duoi angoli di dentro A, et B, che li sono à rincontro, che è quanto alla prima cosa detta di sopra. Et perche i duoi angoli A C B, & A C D, sono uguali à duoi retti secondo la tredicesima, saranno i tre angoli A B C di dentro vguali à duoi retti, che è quel che secondariamente ci occorreua.

Proposta XXXIII.

SE nelle teste, ouero alle estremità di due linee parallele, et grandi à un modo, si applicheranno due altre linee, elle saranno ancora parallele, & uguali. Siano due linee A B, *&* C D, *uguali, & parallele, le teste delle quali si congiunghino insieme con le linee* A C, *&* B D; *dicesi, che le sono uguali, & parallele. Perciochè tirisi la linea schianciana* A D, *adunque, perche le linee* A B, *&* C D, *sono parallele, l'angolo* B A D *sarà uguale all'angolo* A D C, *secondo la prima parte della uentinouesima: perilche i duoi lati* A B, *&* A D, *del triangolo* ABD, *saranno uguali à duoi lati* D C, *&* D A, *del triangolo* D C A. *Et l'angolo* A *del primo, sarà uguale all'angolo* D *del secondo; adunque per la quarta la basa* B D, *del primo, è uguale alla basa* A C *del secondo, et l'angolo* A B D *del primo, è uguale all'angolo* D A C *del secondo. Et perche ei sono corrispondentisi, cioè l'un come l'altro, le linee* BD, *&* AC, *saranno, mediante la uentisettesima, parallele perilche essendosi di sopra prouato, che elle sono anco uguali, è chiaro quel che cercauamo.*

Proposta XXXIIII.

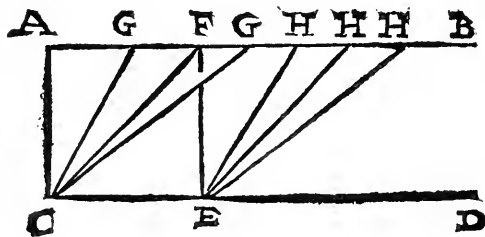
OGni superficie fatta di lati paralleli, hà le linee, et gli angoli di ricontro uguali, diuidendola un diametro, ò schianciana per mezo.

Sia

Sia la superficie A B C D *fatta di lati paralleli, talche la linea* A B *sia parimente lontana dalla* C D, & A C, *dalla* B D *dicesi, che le due linee* A B, & C D, & *le due altre ancora* A C & B D, *sono uguali. Et similmente si dice l'angolo* A *essere uguale all'angolo* D, *et l'angolo* B *all'angolo* C. *Tirisi la schianciana* A D, *la quale diuiderà questa superficie per mezo: & essendo* A B, & C D, *parimente lontane; adunque gli angoli* B D A, & C D A, *che sono corrispondentisi saranno per la uentinouesima uguali: & perche* A C, & D B, *sono ancora parallele, gli angoli ancora* C A D, *et* B D A, *che sono corrispõdentisi, saranno ancor essi uguali. Intendinsi duoi triangoli* A D B, & D A C: *perche i duoi angoli* A, *et* D, *del triangolo* A B D, *sono uguali à due angoli* A, *et* D, *del triangolo* D A C; *et il lato* A D, *sopra il quale giaciono quelli angoli, è commune nell'uno, et nell'altro triangolo; sarà, secondo la uentiseesima, il lato* A B *uguale al lato* C D, *et il lato* A C *al lato* B D, *et l'angolo* B *all'angolo* C; *et perche l'angolo* A *intero, è chiaro che è uguale all'angolo intero* D, *secondo il secondo concetto di Euclide, egli è manifesto quel che andauamo cercando.*

Proposta XXXV.

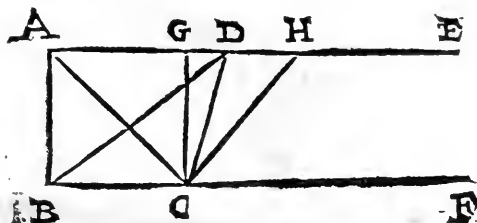
T*Vtte le superficie di lati paralleli fatte sopra una medesima basa, et poste in esse linee corrispondentesi, sono uguali. Siano due linee* A B, *et* C D, *parallele, fra le quali faccisi la superficie*

A C F E,

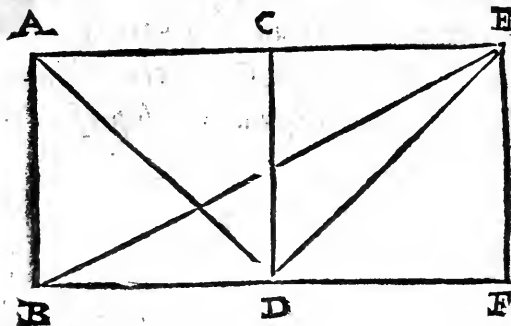
ACFE, *di lati paralleli sopra la basa* CE; *dipoi sopra la medesima basa, & fra le medesime linee faccisi vn' altra superficie* GCHE, *di lati pur paralleli; dicesi le due dette superficie essere uguali, ilche proueremo in questo modo: ò la linea* CG *intersecherà la linea* AB *in qualche punto della linea* AF, *ò nel punto* F, *ò in alcun punto della linea* BF; *dicasi che primieramente intersechi la* AF, *nel punto* G, *come si vede nella prima figura, ò dimostratione. Hora perche l'una, & l'altra di queste linee, cioè* AF, *&* GH, *è uguale alla linea* CE, *secondo la trentaquattresima, cioè la passata, le saranno ancora vguali l'una all'altra; leuata adunque via la linea* FG *commune, ci rimarrà* AG *uguale alla* FH. *Et perche, secondo la quarantasettesima,* AC *di nuouo è vguale ad* EF, *& l'angolo* HFE *è uguale all'angolo* GAC, *come si prouò nella uentinouesima, cioè il di fuori à quel di dentro; il triãgolo* ACG *sarà, secondo la quarta, uguale al triangolo* FEH *adunque aggiunta la figura irregolare di quattro lati, cioè la* GCFE, *all'una et l'altra, la superficie* ACFE *sarà uguale alla superficie* GCHE, *che è quello ci proponemmo. Intersechi hora la linea* CG *la* AB, *nel punto* F, *come si vede nella seconda figura i duoi triangoli* ACF, *&* FEH, *saranno, secondo il primo modo di argomentare, uguali; perilche aggiuntili da ogni banda il triangolo* FCE, *ce ne auerrà quello ci erauamo proposto. Intersechi la linea* CG *nel terzo modo la* AB *fra i duoi punti* FB *come si uede nella terza figura, et uerrà à intersecare la* FE *nel*

punto

punto K, et perche secondo il primo modo di argomentare la linea A F è vguale alla G H, diuentata la G F commune, sarà la AG, uguale alla F H, & il triangolo A G C vguale al triangolo F E H aggiunto adunque all'uno & all'altro il triangolo CKE, & tratto dall'uno & dall'altro FKG, sarà la superficie ACFE uguale alla superficie G C H E, che è quello ci erauamo proposto.

Proposta XXXVII.

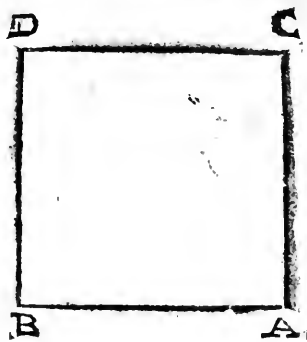
TVtti i triangoli, che si fanno sopra una medesima basa, et fra due linee parallele, sono vguali. Siano duoi triangoli A B C, & D B C, fatti sopra le base B C, & fra le due linee parallele A E, et B F dicesi, che ei sono uguali. Tirisi C G, parallela à A B, & C H parallela à D B: saranno le due superficie A B C G, & D B C H, vguali, secondo la trentacinquesima. Et perche i detti triangoli sono la metà delle dette superficie, secondo la trentaquattresima: ei saranno fra loro uguali, secōdo la commune sententia, che dice: di quelle cose, che il tutto è uguale, la metà ancora è uguale, & così è manifesto quel che andauamo cercando.

Proposta XLI.

SE un quadro, & un triangolo, saranno fatti sopra una medesima basa, et fra le medesime linee corrispondentisi, et conformi,

mi, egli è di necessità, che il quadro sia per il doppio del triangolo. Sia il quadro ABCD *et il triangolo* EBD, *sopra la basa* BD, *et fra le linee* AE, *et* BD, *che siano parallele; dicesi il quadro essere per il doppio del triangolo. Tirisi nel quadro la schianciana* AD, *et causerà il triãgolo* ABD, *il quale, per la trẽtaquattresima, sarà per la metà del quadro. Et perche il triangolo* EBD *è uguale allo* ABD, *secondo la trentasettesima, è manifesto il triangolo* EBD *eßer per la metà del quadro* ABCD, *che è quel che ci eramo proposto. Puossi ancora prouare il simile, che, se il quadro et il triangolo saranno fatti sopra base uguali, et fra linee parallele, sarà il quadro per il doppio del triangolo: ilche non si curò di dire Euclide, perche mediante le cose dette era pur assai manifesto. Diuidasi il quadro in duoi triangoli con la schianciana, ouero si facci un triangolo sopra la basa del quadro fra due linee parallele, et uedrassi il quadro per il doppio del triangolo, che è quel si cercaua.*

Proposta XLV.

C*Ome di una propostaci linea si facci un quadrato. Sia la linea* AB, *da farne un quadrato: tirinsi dalle sue teste le linee* AC, *et* BD, *secondo la undecima, che uenghino à piombo alla* AB, *che saranno per la uentiottesima parallele, et ponghinsi amendue, secondo la tredicesima, uguale alla detta* AB, *et tirisi la linea* CD,

et sarà

& ſarà vguale et parallela alla A B, ſecondo la trentatreeſima; hora perche l'vno & l'altro delli angoli A, & B, è retto, ſaranno ancora retti C, & D, ſecondo l'vltima parte della ventinoueſima. Adunque, ſecondo la diffinitione, A B C D è il quadrato, che ci proponemo. Il medeſimo ſi può vedere altrimenti ancora: ſia la AC, à piõbo ſopra la linea A B, ſecondo la vndecima; & ſiali come prima uguale; & tiriſi, ſecondo la trentuneſima, del punto C, CD parallela ad A B, & uguale ad eſſa, & tiriſi la linea DB, che ſecondo la trentatreeſima, ſarà vguale, et parallela alla A C; et tutti gli angoli ſaranno retti, ſecondo la vltima parte della ventinoueſima; haremo adunque, ſecondo la diffinitione, quel tanto ci erauamo propoſto.

Propoſta XLVI.

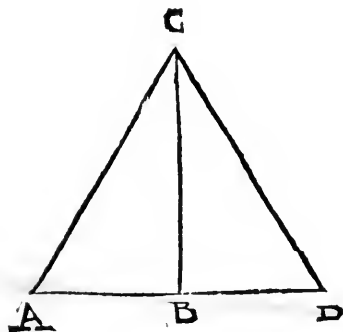
QVel quadrato, che ſi fà del lato, che è rincontro all'angolo retto, di qual ſi uoglia triãgolo ad angolo retto, è uguale à duoi quadrati, che ſi fanno di amendue gli altri ſuoi lati. Sia il triangolo ABC: che habbia per angolo retto lo A, diceſi; che il quadrato, che ſi farà di BC, ſarà vguale à duoi quadrati, che ſi faranno dello AB, & dello AC inſieme. Riquadrinſi queſti tre lati, ſecondo la quarantacinqueſima, & della B C, ſia la ſuperficie B C D E, & del A B ſia la ſuperficie B F G A, & dello A C ſia la ſuperficie A C H K. Tirinſi dall'angolo retto A, alla B E, baſa del quadrato maggiore, tre linee: A L cioè, parallela à l'vn & l'altro lato, cioè al B D, & al CE,

al CE, la quale interſechi la BC nel punto M et l'AD, et l'AE. Tirinſi dipoi da duoi altri angoli del triangolo due linee à duoi angoli de quadrati minori, le quali ſi interſecheranno l'una l'altra dentro al detto triangolo; le quali ſarãno BK, & CF: et perche l'vno et l'altro delli angoli BAC, & BAG, è retto, ſecondo la quatordiceſima, ſarà il GC vna linea ſola; et coſi ancora la BH, conciosſia che l'vno et l'altro de duoi angoli, CAB, et CAH, è retto; adunque perche il quadrato BEGA, et il triangolo BFC, ſono ſopra la medeſima baſa BE, et fra due linee parallele, cioè EC, et BF, ſarà il quadrato BFGA, ſecondo la quarantuneſima, per il doppio del triangolo BFC. Et il triangolo BFC è uguale al triangolo BAD, ſecondo la quarta; perche FB, et BC, lati del primo, ſono uguali à duoi lati AB, et BD, dell'ultimo et l'angolo B; del primo è uguale all'angolo B, dell'ultimo, conciosſia che l'uno, et l'altro è fatto dell'angolo retto, et dello ABC, che è commune: adunque il quadrato BFGA, è per il doppio del triangolo ABD. Ma il quadrato BDLM, è per il doppio del detto triangolo ſecondo la quarãteſima conciosſia che ei ſono fatti ſopra della medeſima baſa, la quale è BD, et fra due linee le quali ſono parallele, cioè BD, et AL; adunque mediante la cõmune ſententia il quadrato ABFG, et il quadrato BDLM, ſono vguali perche le metà loro, cioè i detti triangoli ſono vguali: nel medeſimo modo, et mediante le medeſime propoſte ſi prouerrà il quadrato ACHK eſſere uguale al quadrato CELM, mediante i triangoli

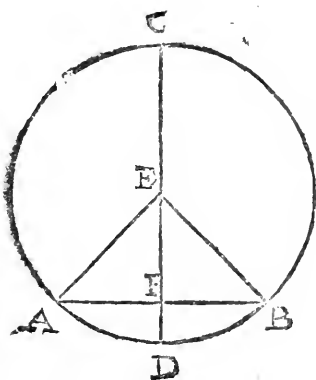
KBC,

KBC, et AEC, perilche habbiamo l'intento nostro di quanto ci erauamo proposto.

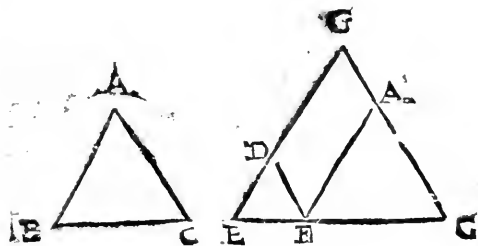
Proposta XLVII.

SE quel che ci uiene dall'hauer multiplicato un lato del triangolo per se steßo, sarà vguale à duoi quadrati, che saranno descritti da gli altrì duoi lati, quell'angolo che è rincontro à quell'altro sarà retto. Multiplicare una linea per se stessa non è altro, che descriuere il suo quadrato. Sia il triangolo A B C, & del lato A C sia il quadrato vguale à duoi quadrati de lati A B, & B C, congiunti insieme, Dicesi lo angolo B, incontro al quale è posto il lato A C, esser retto. Tirisi la linea B D, secondo la vndecima, à piombo sopra la B C, che si pose vguale à B A, & tirisi la D C; & sarà: secondo la quarantaseesima, il quadrato D C, uguale à duoi quadrati delle linee D B, e B C: & perche si pose B D vguale alla BA, saranno i quadrati delle due linee A B, & B D vguali, secondo la commune sententia, che dice, delle linee vguali sono i quadrati vguali. Perilche il quadrato DC sarà vguale al quadrato A C: adunque, secondo la commun sententia, che dice, quelle linee sono uguali, delle quali sono vguali i quadrati, sarà il C D vguale allo A C, secondo la ottaua, & l'angolo B del triangolo ABC sarà retto, che è quello ci erauamo proposto.

Proposta

Proposta III. del III.

SE una linea dẽtro ad un cerchio posta fuori del centro, sarà intersecata da un' altra, che uenga dal centro, in parti uguali; è di necessità, che ella vi sia sopra à squadra: et se la ui sarà sopra à squadra, è forza che la diuida in due parti uguali. Auuenga che la linea AB *posta dentro al cerchio* ABC *sia intersecata dalla linea* ED, *che venga dal centro, & la diuida in due parti uguali al punto* F. *Dicesi che ella la diuide ad angoli retti, et per l'altro uerso diuidendola ad angoli à squadra, ella la diuide in due parti vguali. Tirinsi le linee* EA, *&* EB *et pongo primieramente, che ella la diuida in parti vguali; saranno adunque i duoi lati* EA *et* EF, *del triangolo* EFA, *uguali à duoi lati* EF, *et* FB, *del triãgolo* EFB: *& la basa* AF, *alla basa* FB; *adunque per la ottaua del primo, l'angolo* F, *dell'uno, è uguale all'angolo* F *dell'altro perche l'uno, & l'altro è retto: perilche la* EF *è à piombo collocata sopra la* AB, *che è quel che noi cercauamo. Secondariamente io dirò, che* EF, *sia à piombo sopra* AB; *& mostrerò, che ella diuide la* AB *in parti uguali. Sarà adunque, mediante quello si è posto, l'uno, & l'altro di questi angoli, che sono al* F *retto: perilche l'uno è uguale all'altro. Ma perche per la quinta del primo, l'angolo* EFA *è vguale all'angolo* EFB, *& il lato* EA *vguale al lato* EB, *secondo la ventiseesima del primo, sarà la linea* AF *vguale alla linea* FB, *che è quello che cercauamo.*

Propo-

Proposta IIII. del VI.

DI qualsi voglino duoi triangoli, de quali gli angoli dell'uno sieno uguali à gli angoli dell'altro, i lati che sono rincontro à detti angoli sono fra loro proportionali. Siano duoi triangoli ABC, & DEF, di angoli uguali, et l'angolo A sia uguale all'angolo D, et il B alla E, et il C alla F, dicesi, che tal proportione è dal D allo E, quale è dal A al B, et dal DF al AC, che dal EF al BC, Imperoche ponghinsi questi duoi triangoli sopra una linea, che sia EC, talmente che i duoi angoli dell'uno, che saranno sopra questa linea, sieno uguali à due angoli dell'altro che sono sopra la medesima linea: ma non però talmente, che l'angolo

del mezo dell'uno venga al mezo dell'altro, nè l'ultimo dell'uno all'ultimo dell'altro, ma si bene che l'angolo del mezo dell'uno si congiunga in un punto con l'ultimo angolo dell'altro. Et sia la AFC quel medesimo triãgolo, che fù ABC, et perche l'angolo AFC è uguale all'angolo E, & lo angolo DEF all'angolo C, per la ragion detta, sarà, per la prima parte della uentiottesima del primo, la linea AF parallela alla DE, & la DF alla AC: finischisi dipoi la superficie de lati paralleli, che sarà GF, & GA, secondo la quarta del primo, sarà uguale alla DF, & GD alla AF: perche adunque, per la seconda del sesto, GA corrisponde alla AC, come EF alla EC, & per la medesima EF ad FC, come ED al DG: sarà, per la settima del quinto, DF alla AC, & per la medesima

ED *alla* EF, *come* EF *alla* FC, *che è quel che andauamo cercando. Et quì mi piace di por fine alle propoſitioni di Euclide, che mi paiono neceſſarie per rendere la ragione delle operationi paſſate; che ſe haueſſe à introdurre in queſta operetta tutte le Propoſte, che dependono l'una dall'altra, ò che ſi chiamano l'una l'altra; ſarebbe biſogno di andarſene molto in lungo: ilche ſarebbe fuori della intentione mia, che hò cerco ſolo di dimoſtrare tali operationi per via di ragione però contentiſi chi leggerà queſti ſcritti di quel: che mi è parſo per queſta opera neceſſario ſolamente, & vtile.*

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

DI COSIMO BARTOLI

Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO SESTO.

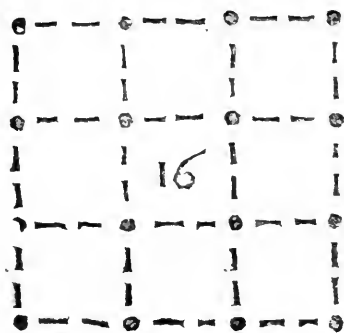
Come si truoui la radice quadrata di qual si voglia numero.

ER trouare la Radice quadrata di alcun propostoci numero, mi pare quasi di necessità di dichiarare i nomi de numeri, secondo che da più approuati autori sono stati chiamati; acciochè la uarietà di questi nomi; non habbia poi à generare confusione nelle menti di coloro, che vorranno mettere le operationi in atto. Dico adunque seguendo Orontio, che i numeri semplicemente, come numeri, non sono se non noue, come 1.2.3.4.5.6.7. 8.9.*conciosia che da questi in sù non sono più numeri semplici, ma sono, ò articoli, ò composti, che cosi per lo più si chiamano, Chiamãsi questi numeri semplici ancora Diti: et questo dico si per l'uso della pratica da farsi, si per la differentia che è da loro à gli altri, che dipendono da loro, aggiuntoui il zero, cioè il* 0, *i quali non più diti, ma articoli si chiamano: come è* 10.20.30. 100 1000.*etc. Chiamansi ancora numeri composti, ouero mescolati, quando due figure, ò più, si mettono insieme: come* 12.15.30.36 97 124.2158. *& successiuamente: il significato delle quali figure è notissimo. però non*

rò non intendo di trattarne, bastandomi hauer accennato questo per la necessità, che ne habbiamo, per saper trouare le radici quadrate. per trouare le quali faccisi primieramente vna Tauola de diti già detti, diuidendoli per lo lungo, & per il trauerso, con alcune lineette, come in questa figura si uede; et mettendo rincontro ad ogni dito, ò uogliamo dir numero semplice, il multiplicato di se stesso, come quì si uede. Fatto questo, habbiamo da saper', che trouare vna radice quadrata non è altro; che discorrendo con la mente, trouare un numero, che multiplicato per se stesso ci dia precisamente qual si uoglia numero, che ci sia proposto, eßendo questo tal propostoci numero, numero quadrato; ouero ci dia il maggior numero quadrato, che sarà dentro al propostoci numero. Numero quadrato si chiama quel, che ci viene dal multiplicare di alcun numero in se steßo, & Radice quadrata si chiama quel numero, che per la multiplicatione di se steßo causa il numero quadrato: per la qual cosa pare, che qual si voglia numero sia radice quadrata di qualche numero, se bene ogni numero non hà radice quadrata, ma quei numeri solamēte che sono quadrati: perilche si uede, che la radice, et il numero quadrato, hanno fra di loro una scābieuole conuenienza, et legamento. Il riquadrare adunque, ouero multiplicare quadratamente alcun numero, è vn multiplicare, come si è detto qual si uoglia propostoci numero per se stesso, cioè multiplicarlo per

Diti quadrati.

1	uie	1 fa	1
2	uie	2	4
3	uie	3	9
4	uie	4	16
5	uie	5	25
6	uie	6	36
7	uie	7	49
8	uie	8	64
9	uie	9	81

quanti numeri egli è, ò uale; come per eßempio, se si multiplicasse 4. per se stesso, ce ne verrebbe 16. adunque il 16. sarebbe numero quadrato, & il 4. sarebbe la radice del 16. Per il che pare, che il numero quadrato habbia una certa conuenienza, et similitudine con il quadrato geometrico, del quale ciascun lato si chiama la sua radice quadrata: ilche facilmente si può cōprendere mediante la infrascritta figura, fatta à similitudine di una superficie piana quadrata, composta di 16. pūti: conciosia che per ogni uerso sono quattro punti, i quali, annouerādoli per qual si uoglia uerso, sempre ci danno 16. come si vede; ma torniamo al nostro ragionamento. Propostoci adunque qual si voglia numero, da uolerne cauare la radice quadrata, pongasi primieramente questo num. in tal maniera in carta, ò in tauola da abbaco, che le sue figure, mediante alcune lineette tirate à piombo, si separino à due à due, et sotto di detto nu. si tirino due linee à trauerso, fra le quali si hanno poi à mettere i diti, ò numeri semplici, come raccōteremo. Preparate queste cose, comincisi la operatione dal primo numero, cioè dalla man māca in questo modo. considerisi la ualuta di questa prima figura del propostoci numero; et uadisi inuestigādo, ò eßaminando uno de numeri semplici, ò uogliamogli dire diti; il quale multiplicato per se steßo, annichili, ò spenghi eßa prima figura del propostoci numero, ò quanta maggior parte può di essa: et pōgasi questo num. semplice, ò dito, trouato che lo haremo sotto detta

prima figura, in far le linee, che si tirarono à trauerso, ogni uolta che il propostoci numero sarà di tante figure, che le sieno in casso: ma se il detto propostoci numero fuße di figure pari, bisogna porre detto dito, ouer numero semplice, sotto la seconda figura del propostoci numero, fra dette linee à trauerso. Fatto questo, multiplichisi detto dito per se stesso, et quel che ce ne viene traggasi dal numero che sopra li corrisponde, notando di sopra il rimanẽte debitamente, se per sorte ve ne occorre, et scancellando quelle figure, delle quali ci saremo seruiti, debbesi dipoi raddoppiare questo dito, cioè multiplicarlo per dua, & se quel che ce ne uerrà, sarà di due figure, la prima si debbe porre sotto le linee à trauerso, rincontro alla seconda figura del già propostoci numero; et l'altra rincontro al già detto dito pur di sotto alle linee à trauerso. Ma per maggiore commodità di coloro, che nõ fussino in simil cose essercitati, si fece, come si è detto, la tauola de diti: Et però essaminato il ualore, come si disse della prima figura del propostoci numero, entrisi nella destra colonna della tauola, et quiui si uadi al numero più uicino, che si approssima alla prima figura del propostoci numero; cõciosia che non sempre si riscontrerà, che sia uno stesso numero: però piglisi il più uicino, ma il minore, et auuertẽdo nella colõna sinistra si trouerrà il numero semplice, ò uogliã dire dito, che si debbe torre, per porlo, come si è detto, fra l'una, et l'altra delle linee, che si tiraron à trauerso. Debbesi di nuouo andare ritrouãdo, ò eßaminando cõ la mẽte un'altro numero sẽplice, ouer dito, da metterlo nõ sotto la figura, che segue del propostoci nu. ma sotto l'altra, uerso la ritta, fra l'una, et l'altra delle linee à trauerso: il quale multiplicato per lo addoppiato nu. della prima radice, scancelli primieramẽte quelle figure, che sopra di esso addoppiato nu. son rimaste da sinistra, et secondariamente multiplicato in se steßo consumi quelle figure,

che

che restaron sopra esso dito uerso la sinistra, ouero la maggior parte, che ei può di loro. Questo dito similmente si addoppi con quel che già si trouò prima, et la ultima figura di quel che ce ne uiene, si metta sotto le linee tirate à trauerso rincontro alla prima, che segue del propostoci numero, et l'altre per ordine verso la sinistra, scãcellando ancora il primo numero, che ci uẽne dello addoppiamẽto della prima radice. Questo dito ueramente, et dopò il primo tutti li altri, che secondo la grandezza del propostoci numero saren costretti di trouare, si troueranno senza molto tedioso discorso in questo modo. Diuidasi il numero corrispondente sopra da sinistra à qual si uoglia addoppiato numero delle radici, per esso stesso addoppiato numero, che à punto ci occorre. Imperoche il dito procreato da tal diuisione (conciosia che sempre se ne farà dito) uiene ad essere quello, che posto poi con gli altri fra l'una, et l'altra delle linee à trauerso, hà da essere la radice quadrata, che noi andiam cercando. Il quale se noi uorremo essaminare più diligentemente, guardisi se quel che auanza alla fatta diuisione, sarà insieme cõ la figura, sotto la quale hà à porre il dito maggiore, al manco uguale al nu. che ci uiene dal multiplicare il dito in se stesso: perciochè se il dito sarà minore dello 1, ò al più del 2. si debbe pigliare il minore, il che nondimeno occorre rarissimo. Debbesi ancor di nuouo inuestigare con la mente l'altro dito da porsi non sotto la figura, che segue del propostoci num. ma sotto l'altra, fra l'vna, & l'altra delle linee tirate à trauerso; il quale multiplicato prima per tutte le figure dell'addoppiato nu. & poi in se stesso, scãcelli cõ due operationi tutte le figure, che di sopra li corrispondono, ò la maggior parte, che si può di loro. Cõseguentemente questo dito radicale insieme cõ i già trouati, et posti fra le linee à trauerso, si addoppi, come è solito, & quel che ci uiene di tale addoppiamẽto, si põga sotto per ordine, co-

me de gli altri si fece , scancellando prima le figure de numeri addoppiati, delle quali ci saremo seruiti. Et questo modo di operare si continui per insino à tanto, che si arriui sotto la ultima figura del propostoci numero. Et non ci esca di mente, che ogni uolta, che nella fine, ò mezo di tale operatione ci sopravanzasse un 1. per dito radicale, che in suo cãbio vi si hà à porre un zero, cioè un o. il quale si hà ad addoppiare insieme con le già trouate radici, se già non ci occorresse, che uenisse sotto la ultima figura di tutto il propostoci numero. Ricorderemoci ancora, che quando haremo dato fine all' operatione del trouare questa radice, & che del propostoci nu. non ci auanzerà cosa alcuna: potremo conchiudere il propostoci num. essere numero quadrato: conciosia che se altrimenti occorresse, il detto numero non sarebbe num. quadrato, nè la radice trouata di esso num. si potrebbe chiamare radice quadrata, ma radice del maggior quadrato numero, che si trouasse dẽtro al propostoci numero. Conciosia che tutti i numeri non son numeri quadrati. Quel che auanza, trouata la radice, si denomina dalla radice, addoppiato: la qual radice, ancor che ella non sia la uera radice del propostoci numero, è nondimeno molto uicina alla uerità. Da queste cose ne seguita, che qual si uoglia numero quadrato: multiplicato per numero quadrato, faccia nu. quadrato; et che ogni radice ancora addoppiata di qualunque numero quadrato , multiplicata per se stessa produca il quattro tali del suo quadrato. Et che quel rispetto, ò proportione , che hà la radice alla radice, la hà ancora il numero quadrato al numero quadrato, et cosi per il contrario. Onde la proportione de quadrati si genera dalla proportione delle loro radici, multiplicata in se stessa . Et se ci sarà nota la radice della proportione de quadrati, ci sarà ancor nota la proportione delle radici; ma non uoglio, che noi parliamo hora delle proportioni, hauẽdone già il no-

stro

stro Carlo Lenzoni scritto à lungo in questa lingua, nō meno dottamente che accuratamente, in quel libro che egli fece in difesa di Dāte. Però tornādo al nostro proposito daremo l'essempio delle cose dette di sopra; acciochè elle sieno più chiare, et più manifeste.

Dicasi che si uogli trouare la radice 5 3 0 8 4 1 6. pōgasi questo num. come si disse; et tirisili sotto due linee à trauerso; & con alcune lineette, che à piombo diuidino à dua à dua dette figure cominciandoci da destra, & uenendo uerso la sinistra, come nel disegno di rincontro si uede: considerisi adunque la prima figura del propostoci numero, et uadisi à cercarla nella destra colonnetta della già fatta tauola, il qual numero non trouerai così precisamente à punto. Et però di quegli ui sono, piglisi il minore di quelli che più se li appressono: come che essendo il 5. il 1. del propostoci numero, torremo nella colōna destra della tauola, il 4. che è il più uicino che ui si troua & minore: et guarderemo nella sinistra colonna della detta tauola, che numero semplice, ò dito li corrisponda, & trouando che egli è il 2. lo porremo sotto à detto 5. fra l'una & l'altra delle linee che si tirarono à trauerso: dicasi dipoi 2. uie 2. fà 4. et traggasi 4. di 5. ci resterà 1. il qual uno si metta sopra il 5. et al 5 si dia di pēna: dicasi di nuouo 2. uie 2. fà 4. et pongasi 4. sotto à tutte due le linee tirate à trauerso, rincōtro alla figura che segue, ch'è il 3. Finito q̄sto primo modo di operare, trouisi l'altro dito, che fra le linee

1 1 1 2
5 | 3 0 | 8 4 | 1 6
2 3 0 4
4 4 6 0
4

à tra-

à trauerso si hà à porre sotto il o.in questo modo: partasi il 13.per il 4. & ce ne uerrà 3.per parte, et ce ne auanzerà uno, il qual 1.con il o.che segue, farà 10.dal qual conseguentemente si potrà cauare il quadrato del 3.detto: mettasi adunque il tre fra le linee tirate à trauerso rincontro al o.et dicasi 3.uie 4.fà 12 il quale tratto de 13.ce ne rimane uno, scancellisi adunque 13. & sopra il 3. si ponga 1. dipoi multiplichisi 3.per se stesso, & ce ne verrà 9.il qual numero se lo trarremo di 10. & pongasi sopra il o.lo 1. & oltra questo si scancelli il 4.numero primo addoppiato della trouata radice, finalmẽte addoppisi l'vno & l'altro dito della addoppiata radice, come è il 23. et ce ne uerrà 46. il quale numero pongasi di nuouo sotto le linee tirate à trauerso, ponendo 6. rincontro allo 8. & 4. rincontro al o. Douerremo conseguentemente trouare il terzo dito, che si hà à collocare fra l'una, & l'altra linea delle tirate à trauerso, incontro, non alla prima figura che segue del propostoci numero, ma all'altra, che uiene ad esser la quinta, cioè il 4. Ma perche all'addoppiato numero 46. vi risponde sopra solamente 18. il qual numero non si potrebbe diuidere per 46. però bisogna porui vn zero o.in cambio di dito, perche vn 1. sarebbe troppo, il qual o.si debbe porre sotto il 4.fra l'una & l'altra delle linee à trauerso . Fatto questo, scancellisi 46.che è il numero addoppiato della passata trouata radice : & di nuouo addoppisi 230. & ce ne verrà 460. il qual numero pongasi sotto le linee tirate à trauerso il o.sotto lo 1.il 6.sotto il 4 & il 4. sotto lo 8.del propostoci da prima numero . Finalmente partasi il 1841.per il poco fà addoppiato numero 460.al quale ei corrisponde, & ce ne uerrà 4.per parte, & auanzeracci 1.il quale 1.con il 6. che è l'ultima figura del propostoci numero, farà 16.dal quale si potrà trarre il quadrato da farsi come si ricerca: pongasi adunque 4.sotto il

6.fra

6.fra l'una, & l'altra delle linee tirate à trauerso, & dicasi quattro uie 4.fà 16.il quale tratto dal 18. di sopra ci resterà 2.scancellisi adunque 18.& sopra lo 8.si ponga 2.Dicasi dipoi 4.uie 6. fà 24.traggasi 24.dal 24. che li è à corrispondentia sopra, non ce ne rimarrà niente: scancellisi adunque 24. & il 0.si lasci stare, il quale ancor che sia la prima figura del numero addoppiato, non è atta nata: come più uolte si è detto, à produrre cosa alcuna. Dicasi ultimamente 4.uie 4.fà 16.& traggasi 16.dal 16.che sopra li corrisponde, nè ci auanzerà cosa alcuna, perilche il propostoci numero 5308416.sarà numero quadrato, la sua trouata radice sarà 2304.nelle altre cose si tenga il medesimo ordine: ma per maggior chiarezza si replica la forma delle figure.

Come si caui detta radice occorrendoci rotti.

PArci ragioneuole mettere à campo un' altro modo da trouare le radici quadrate molto più essattamente, acciochè coloro, che vorranno, possino trouarle più à punto di qual si uoglia num. ancor

che

che gli uenghino nell'operare, come interuiene de rotti. Propostoci adunque qual si uogli num. del quale si uogli cauare la radice quadrata; aggiũgasi à detto num. uerso la destra quel numero de zeri che ci piace, ma che siano di nu. pari; come 00.0000.000000. *et così successiuamente accrescendone due per uolta: & di quel num. che ce ne resulta, cauisene la radice quadrata; secondo quella regola che di sopra si è detta; lasciando però del tutto da parte qual si uoglia resto, che ce ne rimanesse, se per sorte nell'operare ce ne occorresse. Fatto questo, lieuisi dipoi da essa radice quadrata la metà delle figure à corrispondẽtia de* 0. *che ui aggiungẽmo: cioè se ui aggiungemmo sei* 0. *leuisi uia* 3. *figure, et le altre uerso la sinistra si serbino, per l'intero num. della radice. Leuate uia dipoi queste figure della detta radice; Bisogna multiplicarle per qual si uoglia nu. nel quale ci parrà di diuidere una di esse parti intere, come saria per* 10. *se noi diuidessimo detta parte intera in decine* 0. *per* 20. *se noi la diuidessimo in* 20.0. *per* 30. *diuidendola in* 30.0. *per* 40. *diuidẽdola in* 40.0. *per* 50. *diuidẽdola in* 50. 0. *finalmẽte* ꝑ 60. *diuidẽdola in* 60.0. *et da quel ci uiene di tal multiplicato, lieuinsi uia da mã destra tãte di quelle figure che ui sono: che siano per la metà de* 0. *che ui si aggiũsero, et le figure che restano da mã mãca, poni dopò il numero del gia trouato intero: conciosia che eglino hanno à seruire per la prima sorte de rotti, che ci sarãno uenuti dalla diuisione, che harem fatta dello intero. Di nuouo le figure che poco fà si leuaron uia, multiplichinsi per la medesima sorte di diuisione che facẽmo, et da quel che ce ne uiene lieuisi uerso la destra tante figure, quante se ne leuaron da prima, et quel ci resta pongasi appresso à primi rotti; che hà à seruire per i secondi rotti, che ci uẽgano secõdo la diuisione, che haremo da principio osseruata. Et questo faccisi tãte uolte, che ci rimãghino à pũto tanti, quãti è la metà de*

0. *che*

o.che si aggiunseno. Conciosia che per questa uia si potrà cauare assai precisamente et à punto secondo il numero de gli aggiunti o.la radice del propostoci numero. Dal che ne seguita, che quãti più o.si aggiũgerãno al propostoci numero, tãta più essatta radice quadrata caueremo di detto numero. Ma uẽgasi all'essempio, et dicasi, che uogliamo cauare la radice di 10. aggiungasi ad esso 10. sei o. et sarà 10000000 la radice quadrata del quale numero, secondo l'ammaestramento passato, sarà 3162. come mostra il disegno delle figure che segue, et ci è rimasto di resto come si uede 1756. del quale non terrem conto alcuno: conciosia che non ci causerà errore sensibile, ò notabile. lieuisi adunque uia le tre ultime figure di detta radice, cioè 162. che sono per la metà de sei zeri, che si aggiũseno, et 3. serbisi; conciosia che gli è lo intero, cioè il primo numero della futura radice. dicasi dipoi, che noi habbiã diuiso uno di questi interi in 60. et che tutte le parti de rotti habbino à seruare quest'ordine: multiplicheremo adũque 162. per 60. et ce ne uerrà 9720. dal qual numero tolgasi di nuouo uia tre delle ultime figure, cioè 720 et la quarta figura serbisi, cõciosia che ella è il numero de primi rotti, che si hà à porre subito dopò il 3. che lasciãmo per intero. multiplichisi di nuouo 720. per 60. et ce ne uerrà 43200. dal qual nu. se noi leuerẽ uia il 200. cioè le tre ultime figure, che sono la metà de o, che vi aggiũgeremo ci auãzerà 43 il qual numero seruirà p 43. secõdi, cioè per la secõda sorte de rotti. multiplichisi dipoi 200 per 60. et ce ne uerrà 12000. dal qual numero leuãdo le tre ultime figure, che nõ significano cosa alcuna, ci rimarrà 12. che seruirà per la terza sorte de rotti: et nõ si debbe nella operatione procedere più oltre; percioche le ultime tre figure, che si sõ leuate uia, nõ haueuono, essẽdo tre o. significato alcuno, ma erano del tutto simili, ancorche p la metà alli aggiũti o. Potremo adũq; cõsiderare di ha-

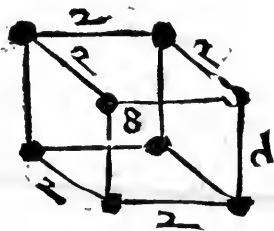
uere

uere in questo modo cauata la radice del 10. la quale è 3. interi, 9. minuti 43. secondi, et 12. terzi, hauendo diuiso l'intero in 60. & successiuamente in 60. ancora li altri suoi dependenti, et auuertiscasi che il simile si può fare di qual si uoglia numero, & siano che et quante figure si uoglino Potrebbesi nondimeno, trouata che hauessimo la radice del detto 3162. pigliare il 3. per lo intero, come si fece di sopra lo 1. per la decima parte d'uno intero, cioè per 10. minuti, se hauessimo diuiso lo intero in decime, & il 6. per 6. decimi del minuto, che sarebbon sei secondi, et 2. finalmente per 2. decimi di un secōdo, osseruando la proportion della diuisione à decine: ma più essattamente mi pare si faccia nell'altro modo, nondimeno ciascun si serua nell'operare di quel modo che più li piace, che finalmente non rilieua cosa, che importi quasi niēte, & eccone la forma dell'operare.

Come si trouino le radici cubiche.

IL *cauare la radice cubica di alcun numero, non è altro, che saper ritrouare alcun numero, che multiplicatolo una uolta sola per se stesso, e rimultiplicato, quel che ce ne sarà venuto vn'altra uolta per se stesso, causi il propostoci da prima numero, se ei sarà numero cubico; o uero ~ dēpia il numero cubico maggiore, che sarà dentro al*

propo-

propostoci numero, che non fusse numero cubico. Numero cubico adunque si debbe chiamar quello, che si genera dalla doppia multiplicatione di alcun numero in se stesso, ouero dal multiplicarlo una sol uolta in se steßo, et rimultiplicar poi il suo multiplicato ancora per se stesso; la radice cubica adũque nõ è altro, che esso numero cubico. Di sorte che il multiplicare cubicamẽte alcuna cosa, nõ è altro che multiplicare un numero propostoci due uolte in se stesso, ouero multiplicarlo in se stesso una uolta, & rimultiplicare il suo multiplicato per se steßo un' altra volta, come se noi dicessimo due vie dua, et duo uie dua fà 4. ouero duo uie dua fà 4. et duo uie 4. fà 8. Talche lo 8. saria il numero cubico, & il 2. la radice cubica, ilche si debbe intendere à corrispondentia di tutti gli altri numeri simili. Debbesi intendere questo numero cubico per un corpo solido, fatto di sei superficie piane come un dado. Talche dal primo multiplicare di alcun numero in se stesso se ne causi prima il numero quadrato, et piano, ò uogliam dire superficiale, et dal rimultiplicar di nuouo detta superficiale quadratura, si causi il numero cubico, come in quel modo che si può migliore ci rappresenta il presente disegno.

Il modo ueramente di trouare la radice cubica nõ è molto differẽte da quel, che poco fà si disse del cauare le radici quadrate. Eccetto primieramente questo che ei bisogna, che le figure di quel numero, dal quale uorrẽ cauare la radice cubica, si separino à tre per tre cõ le lineette à piõbo, cominciandosi dall' ultima, & andando verso la sinistra. Oltre di questo

il Dito trouato, & posto sotto la prima coppia da man stanca, si hà à multiplicare cubicamente, e tratto quel ce ne viene dal numero di sopra, si debbe il medesimo primo dito rimultiplicare per 3. et l' ultima figura di quel che ce ne viene, si hà à porre sotto le linee tirate à trauerso rincontro alla figura del mezo, che si troua fra le lineette che seguono à piõbo distribuẽdo le altre figure uerso la sinistra, secondo l'ordine. Il secondo dito poi insieme con il primo si hà à multiplicare per tre, et quel ce ne verrà si hà à multiplicare poi per esso dito, il che non si fa ne' numeri quadrati; et quel che ce ne uiene, si hà à cauare à corrispondẽtia da quel di sopra, rispetto all'hauerlo rinterzato, notãdo quel ci auanzerà di sopra, se per sorte ci auãzerà cosa alcuna. Questo dito dipoi si multiplichi cubicamẽte in se stesso, et traggasi quel che ce ne uiene dal numero, che ci rimase di sopra. Rinterzonsi poi, cioè si multiplican per 3. amẽduoi i trouati diti; et l' vltima figura di quel ce ne uiene, si hà à porre sotto le linee tirate à trauerso, rincõtro alla figura del mezo delle tre, che sono uerso la destra fra le lineette tirate a piõbo, et le altre come le di sopra, metter per ordine uerso la sinistra. trouato di nuo uo il terzo dito, bisogna rinterzarlo cõ i gia prima trouati diti: & quel che ce ne uerrà, si hà di nuouo à multiplicare per se stesso; accioche l'ultimamẽte cubicamẽte multiplicato, consumi tutto il nu mero che sopra li corrispõde, ouero la maggior parte di esso che li è possibile. Tẽgasi il medesimo ordine del quarto dito delle radici, et di più, se più ne occorrono, fino à tanto che si arriui sotto la ultima figura del propostoci nu. Nè ci esca di mẽte, che i trouati diti delle radici si hãno a metter sempre sotto la figura da destra, che uiene fra lineetta et lineetta delle à piõbo, di detto propostoci num. Et ol tra questo ricorderemoci, che quãte volte ci auãzerà uno 1. ꝑ il trouato dito (ilche di necessità ci occorrerà tãte uolte, quãte che il nu

mero

mero posto sopra il numero rinterzato, sarà per 10. uolte maggior della trouata radice, multiplicato per detto num. rinterzato) ci bisogna in cambio di esso dito metterui un zero, et scancellato il poco fà rinterzato numero delle radici, rinterzare essa radice, che risulterà del detto zero, et de primi trouati diti: et l'ultimo dito de rinterzati numeri porlo sotto le linee da trauerso rincõtro alla figura del mezo, che è frà le linette à piõbo, che segon da destra, notando ò ponẽdo l'altre secondo l'ordine verso la sinistra. Fatto questo, si hãno à ritrouare gli altri diti con quella regola, che poco fà si è detta, fino à tãto, che si arriui all'ultima figura del propostoci nu. & sarà finita la operatione del modo di trouare la desiderata radice. Nè bisogna, che altri si marauigli, fatta tutta la operatione, se q̃l che ci auãza sarà il più delle volte maggior di essa radice (ilche non interuiene de numeri quadrati) percioche un nu. ben piccolo multiplicato cubicamente genera un num. molto grande, & quel che ci auanzerà, si chiamerà auãzo di radice triplata. Pare adunque, che ci sia una sola difficoltà nel trouare i diti radicali: conciosia che sarebbe cosa lũga, et molto fastidiosa l'hauer sempre à discorrere cõ la mente da 1. per insino à 9. et dal 9. al 1. per trouare finalmente un dito cõueniẽte al bisogno nostro, et però habbiam giudicato non eßere fuor di proposito aggiũgerci una tauoletta; nella quale sieno essi diti, et numeri cubicamente multiplicati di essi diti; mediante la qual si possa multiplicare cubicamente tutti i diti, (ilche saremo sforzati di fare spesso) & trouare per questa uia il primo nu. della futura radice. Considerisi adũque fra i numeri cubichi di detta tauoletta, qual numero ui sia uguale, ò che più se li appressi, ma però minore, al numero, ò figure del propostoci numero, che faran rasẽte la prima lineetta delle à piõbo uerso la destra. Conciosia che il dito, che nella colõna sinistra della tauoletta corrispõderà al detto

numero ſarà quello, che ſi harà à pigliare per la deſiderata radice. E tutti gli altri diti finalmente ſi caueranno dal primo con queſta regola. Preſuppŏti di hauere un zero, cioè un o. per trouare il deſiderato dito, cioè multiplica per 10. il già trouato numero della radice, conciosia che poſto un zero dopò qual ſi uoglia figura di abbaco accreſce per 10 tanti eſſa figura del numero; & il numero, che coſi multiplicato per 10. inſieme con il primo dito della radice, ouero con i già trouati diti, et con detto zero reſulta, multiplichiſi per il numero rinterzato ſotto le linee da trauerſo, & diuidaſi per il numero multiplicato, poſto ſopra il rinterzato. Conciosia che quel numero che ce ne uerrà da tal diuiſione, ſarà ſempre dito, & hà da eſſere ſempre preſo per il deſiderato dito delle radici. Et ſe ei ci piacerà eßaminare più diligentemēte eſſo dito, conſideriſi ſe quel ci auāzerà, fatta la diuiſione inſieme cō la figura, che ſubito ſegue uerſo la deſtra, faccia un nu. maggiore, ò almāco uguale, al numero che uiene dalla multiplication cubica di detto dito: conciosia che ſe egli accadeße altrimenti, biſognerebbe pigliare eßo dito minore dell'uno, ò almanco del 2. come ſi diſse de numeri quadrati. Ma per uenire alla dimoſtration con lo eſsempio, per maggiore dichiaratione porremo prima la promeſsa tauoletta.

	Diti	Num. Cubich.
Vn vie vno. due volte.	1	1
Dua vie dua. due uolte.	2	[illegible]
Tre vie tre. tre uolte.	3	[illegible]
Quattro vie quatro. quattro volte.	4	64
5. vie 5. cinque volte.	5	125
6. vie 6 sei volte.	9	216
7. vie 7. ſette volte.	7	343
8. vie 8. otto volte.	8	512
9. vie 9. noue volte.	9	729

Propōgacisi per essēpio questo numero 128.12904.delquale si habbia à cauar la radice Cubica. Ordinisi questo numero, come già di sopra dell'altro si disse, & come mostrerà la figura, che segue, insieme cō le lineette à piōbo, & con le di sotto ancora, tirate à trauerso. Considerisi dipoi il 12. ilquale è il primo numero, ò figura verso la sinistra, del propostoci numero separato dalla prima lineet ta à piōbo, et vadisi con esso nella destra colonna della già fatta ta uola de numeri Cubichi, & cerchisi di esso, questo 12. non vi si tro uerà precisamēte à pūto, et però piglisi il minore, che se li auicina, che sarà lo 8. et troueremo che nella colonna sinistra li corrisponde il 2. ilquale è il primo dito della futura radice: pongasi adunque questo 2. sotto il 12. frà l'una & l'altra delle linee à trauerso, & dicasi. 2. uie 2. due volte fa 8. et traggasi 8. da 12. ce ne resta 4. pō gasi 4. sopra il 2. del 12. et scancellisi esso 12. Multiplichisi poi per 3. detto 2. et dicasi. 3. uie 2. fà 6. et pōgasi detto 6. sotto amēdue le linee à trauerso rincōtro allo 1, che è subito dopo lo 8. della destra. Presupōghiamoci conseguētemēte di hauer uno zero ī cābio del di to, che segue di detta radice, che insieme con il primo di già trouato ci diuēterà 20. ilqual multiplicato per 6. num. rinterzato della già prima trouata radice, ci darà 120. diuidasi adūque il 481. che di sopra corrispōde al detto rinterzato nu. p 120. et ce ne uerrà 3. per parte, ilqual 3. hà da seruire per il secondo dito della radice, lasciato 121. di auāzo, ilche cō il 2. che egli hà da destra fà 1212. dal qual numero si potrà facilmente cauare il numero cubico di esse 3. dette figure, pongasi adūque il 3, fra amēdue le linee da trauerso sotto il 2. del 812. che è rinchiuso fra la prima et la secōda delle lineette à piōbo, et multiplichisi l'un, et l'altro dito della radice, cioè 23. per il 6. nu. rinterzato, et ce ne uerrà 138. ilche multiplicato p 3. ci darà 414. ilche si trarrà dal 481. che corrispōde ad esso numero rinter

zato, & ci rimarrà 67. scancellisi 481. et põgauisi sopra 67. il 7. cioè sopra lo 1. et il 6. sopra lo 8. Multiplichisi finalmente il 3. cubicamente dicẽdo tre uie tre uolte fà 27. et traggasi 27. dal 72. che poco fà ci rimase, et ce ne resterà 645. lasciato adunque stare il 6. senza toccarlo, scancellisi 72. et sopra ui si põga 45. cioè il 5. sopra il 2. et il 4. sopra il 7. Fatto questo, rinterzisi 23. et ce ne uerrà 69 il che pongasi sotto amẽdue le linee da trauerso, il 9. cioè sotto il 0. et il 6. sotto il 9. del propostoci num. et scancellisi il prima rinterzato numero, cioè il 6. Debbesi finalmente andare essaminando, & trouando il terzo dito della radice in questo modo: multiplichisi il 23. che son figure della già trouata radice per 10. aggiũtoui da destra un zero in questo modo, 230. il qual nu. della radice già multiplicato per 10. cioè, 230. multiplichisi per 69. già num. rinterzato della trouata radice, et ce ne uerrà 15870. partasi adunque per questo 15870. quel che ci rimase di resto corrispondente sopra il detto rinterzato nu. cioè 64590. et harẽmo 4. per parte, et ci auanzerà 1110. il che con il 4. ultima figura di tutto il nu. ci farà 11104. num. molto maggiore che il numero Cubico, che ci viene dalla multiplication cubica di esse 4. figure. Pongasi adũque 4. fra l'una, et l'altra delle linee à trauerso rincontro al 4. ultima figura del propostoci nu. et multiplichinsi tutti i diti della trouata radice cioè 234. per 69. numero ultimamente rinterzato, et ce ne uerrà 16146. multiplicato per 4. ce ne uerrà 64584. traggasi adunque 64584. dal sopra notato num. 64590. & ce ne resterà solamente 6. il che si hà à porre sopra il 0 scancellãdo l'altre figure secõdo il solito: multiplichisi finalmẽte cubicamẽte il 4. cioè, l'ultimamente trouato dito della radice, et ce ne uerrà 64. il che traendolo dal 64 che prima ci era rimasto, nõ ci lascierà cosa alcuna di resto. La onde potremo dire, che il da prima propostoci numero 12812904.

sia

ſia numero Cubico, & che il 234. ſia la ſua radice cubica, il medeſimo ſi debbe fare delli altri ſimili. Dalle coſe adunque dette ſi uede manifeſto, che ſi trouano molto più numeri quadrati, che cubichi, perche da 1. fino à 1000000. per vn numero cubico ſolo ſe ne troueranno 10. quadrati.

4

numero propoſtoci. 4 | 6 7 8 | 6

12 | 8 12 | 9 0 4

radice cubica. 2 3 4

Numeri interzati delle radici. 6 69

Come ſi caui la Radice Cubica di ogni numero, nel quale occorrino Rotti.

PRopoſtoci il nume. del quale ſi habbi à cauare la radice Cubica, aggiũghiuiſi dopò tãti zeri à tre per tre quãti ci piace: cioè, 000. *ouero* 000000. *ouero* 000000000. *& coſi ſucceſſiuamente creſcendo di 3. in 3. quanto ci piacerà, & di quel che ce ne uiene cauiſi la radice cubica, nel modo già detto di ſopra; nõ tenẽdo cõto alcuno di quel che ci rimaneſſe, ſe ꝑ ſorte ci rimaneſſe coſa alcuna di reſto: traggaſi dipoi dalla trouata radice tãte figure dalla deſtra che ſieno ꝑ il terzo de zeri, che ui ſi aggiunſono, et quel num. che da ſiniſtra ci reſta, ſerbiſi da parte per li interi della futura radice.*

Multiplichinsi dipoi conseguentemente le figure, che si leuaron di detta radice, per quel numero, nelquale ci saremo resoluti di diuidere vno intero; come si insegnò nella operatione della radice quadrata, quando si diuise per 60. & ci seruimmo d'interi minuti, secondi, terzi. Et di nuouo di quel ce ne sarà u.nuto, lieuinsi tante figure, che sieno per il terzo de zeri, che si aggiunsono: & le figure che rimangono da sinistra, notisi dopò il già posto numero delli interi, che seruirà per i minuti; di nuouo rimultiplichinsi le poco fà leuate figure per il medesimo numero, che sia come ne numeri quadrati si disse il 60. & lieuinsi di nuouo da man destra tante figure, che sieno per il terzo de zeri, che si aggiũsono. Conciosia che per questa uia si trouerà la radice cubica, come la quadrata, molto precisamente, & molto à punto, secondo l'aiuto dello aggiungimento de zeri; donde ne segue, come ne quadrati, che tanto più essattamente si trouerà la radice cubica, quãto più zeri li aggiungeremo. Ma per maggior dichiaratione verremo all'essempio. Sia il proposto ci numero, del qual uogliam cauare la radice cubica, 30. Aggiũghinsi al detto 30. noue zeri, & sarà 30000000000. la radice cubica del qual numero, secondo la poco fà descritta regola, è 3107. come la presente figura, ò forma dimostra.

Lasciando da parte il 6733957. del che non si hà à tenere conto alcuno, lieuinsi adunque uia le tre ultime figure, cioè 107. *conciosia che elle sono per il terzo de* 9. *zeri, che si aggiunsono, & l'altra figura, cioè il* 3. *si serbisi da parte per il numero intero della futura radice. Multiplicato poi il* 107. *per* 60. *come si fece de numeri quadrati, ce ne uerrà* 6420. *dal qual multiplicato lieuinsi via le* 3. *ultime figure dalla destra, cioè* 420, *et l'altra figura uersò la sinistra, pongasi doppo il* 3. *fra l'una, et l'altra delle à trauerso, che seruirà per i numeri. Multiplichisi di nuouo* 420. *per* 60. *& ce ne uerrà* 25200. *del qual numero se noi ne leueremo le* 3. *ultime figure, cioè* 200. *ce ne resterà* 25. *ilche porremo per i secondi, dopò i minuti. Multiplichisi dipoi* 200. *per* 60. *et ce ne uerrà* 12000. *lieuinsi adunque le tre vltime figure, cioè i tre zeri, et ci rimarrà* 12 *da seruircene per i terzi. Hora perche le tre figure del multiplicato sono stati zeri, che ultimamente habbiam leuati uguali al tutto alla terza parte delli aggiunti zeri, non si hà à procedere più oltre; adunque la radice cubica del propostoci numero, che fù* 30, *è* 3. *interi,* 6. *minuti.* 25. *secondi, &* 12. *terzi: ilche basti, quanto al trouare l'una & l'altra radice, cioè quadrata, & cubica, senza i rotti, ò con detti rotti; conciosia, che nelli altri numeri, si potrà sempre procedere à corrispondentia.*

Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
2	4	35	1225	68	4624	101	10201	134	17956	167	27889
3	9	36	1296	69	4761	102	10404	135	18225	168	28224
4	16	37	1369	70	4900	103	10609	136	18496	169	28561
5	25	38	1444	71	5041	104	10816	137	18769	170	28900
6	36	39	1521	72	5184	105	11025	138	19044	171	29241
7	49	40	1600	73	5329	106	11236	139	19321	172	29584
8	64	41	1681	74	5476	107	11449	140	19600	173	29929
9	81	42	1764	75	5625	108	11664	141	19881	174	30276
10	100	43	1849	76	5776	109	11881	142	20164	175	30625
11	121	44	1936	77	5929	110	12100	143	20449	176	30976
12	144	45	2025	78	6084	111	12321	144	20736	177	31329
13	169	46	2116	79	6241	112	12544	145	21025	178	31684
14	196	47	2209	80	6400	113	12769	146	21316	179	32041
15	225	48	2304	81	6561	114	12996	147	21609	180	32400
16	256	49	2401	82	6724	115	13225	148	21904	181	32761
17	289	50	2500	83	6889	116	13456	149	22201	182	33124
18	324	51	2601	84	7056	117	13689	150	22500	183	33489
19	361	52	2704	85	7225	118	13924	151	22801	184	33856
20	400	53	2809	86	7396	119	14161	152	23104	185	34225
21	441	54	2916	87	7569	120	14400	153	23409	186	34596
22	484	55	3025	88	7744	121	14641	154	23716	187	34969
23	529	56	3136	89	7921	122	14884	155	24025	188	35344
24	576	57	3249	90	8100	123	15129	156	24336	189	35721
25	625	58	3364	91	8281	124	15376	157	24649	190	36100
26	676	59	3481	92	8464	125	15625	158	24964	191	36481
27	729	60	3600	93	8649	120	15876	159	25281	192	36864
28	784	61	3721	94	8836	127	16129	100	25600	193	7249
29	841	62	3844	95	9025	128	16384	161	25921	194	37636
30	900	63	3969	96	9216	129	16641	162	26244	195	38025
31	961	64	4096	97	9409	130	16900	163	26569	196	38416
32	1024	65	4225	98	9604	131	17161	164	26896	197	38809
33	1089	66	4356	99	9801	132	17424	165	27225	98	39204
34	1156	67	4489	100	10000	133	17689	166	27556	199	39601

Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
200	40000	233	54289	266	70756	299	89401	332	110224
201	40401	234	54756	267	71289	300	90000	333	110889
202	40804	235	55225	268	71824	301	90601	334	111556
203	41209	236	55696	269	72361	302	91204	335	112225
204	41616	237	56169	270	72900	303	91809	336	112896
205	42025	238	56644	271	73441	304	92416	337	113569
206	42436	239	57121	272	73984	305	93025	338	114244
207	42849	240	57600	273	74529	306	93636	339	114921
208	43264	241	58081	274	75076	307	94249	340	115600
209	43681	242	58564	275	75625	308	94864	341	116281
210	44100	243	59049	276	76176	309	95481	342	116964
211	44521	244	59536	277	76729	310	96100	343	117649
212	44944	245	60025	278	77284	311	96721	344	118336
213	45369	346	60516	279	77841	312	97344	345	119025
214	45796	247	61009	280	78400	313	97969	346	119716
215	46225	248	61504	281	78961	314	98596	347	120409
216	46656	249	62001	282	79524	315	90225	348	121104
217	47089	250	62500	283	80089	316	99856	349	121801
218	47524	251	63001	284	80656	317	100489	350	122500
219	47961	252	63504	285	81225	318	101124	351	123201
220	48400	253	64009	286	81796	319	10176	352	123904
221	48841	254	64516	287	82369	320	102400	353	124609
222	49284	255	65025	288	82944	321	03041	354	125316
223	49729	256	65536	289	83521	322	103684	355	126025
224	50176	257	66049	290	84100	323	104329	356	126736
225	50625	258	66564	291	84681	324	104976	357	127449
226	51076	259	67081	292	85264	325	105625	358	128164
227	51529	260	67600	293	85849	326	106276	359	128881
228	51984	261	68121	294	86436	327	106929	360	129600
229	52441	262	68644	295	87025	328	107584	361	130321
230	52990	263	69169	296	87616	329	108241	362	131044
231	53361	264	69696	297	88209	330	108900	363	131769
232	53824	265	70225	298	88804	331	109561	364	132496

Radici.	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*
365	133225	398	158404	431	185761	464	215296	497	247009
366	133956	399	159201	432	186624	465	216225	498	248004
367	134689	400	160000	433	187489	466	217156	499	249001
368	135424	401	160801	434	188356	467	218089	500	250000
369	136161	402	161604	435	189225	468	219024	501	251001
370	136900	403	162409	436	190096	469	219961	502	252004
371	137641	404	163216	437	190969	470	220900	503	253009
372	138384	405	164025	438	191844	471	221841	504	254016
373	139129	406	164836	439	192721	472	222784	505	255025
374	139876	407	165649	440	193600	473	223729	506	256036
375	140625	408	166464	441	194481	474	224676	507	257049
376	141376	409	167281	442	195364	475	225625	508	258064
377	142129	410	168100	443	196249	576	226576	509	259081
378	142884	411	168921	444	197136	477	227529	510	260100
379	143641	412	169744	445	198025	478	228484	511	261121
380	144400	413	170569	446	198916	479	229441	512	262144
381	145161	414	171396	447	199809	480	230400	513	263169
382	145924	415	172225	448	200704	481	231361	514	264196
383	146689	416	173056	449	201601	482	232324	515	265225
384	147456	417	173889	450	202500	483	233289	516	266256
385	148225	418	174724	451	203401	484	234256	517	267289
386	148996	419	175561	452	204304	485	235225	518	268324
387	149769	420	176400	453	205209	486	236196	519	269361
388	150544	421	177241	454	206116	487	237169	520	270400
389	151321	422	178084	455	207025	488	238144	521	271441
390	152100	423	178929	456	207936	489	239121	522	272484
391	152881	424	179776	457	208849	490	240100	523	273529
392	153664	425	180625	458	209764	491	241081	524	274576
393	154449	426	181476	459	210681	492	242064	525	275625
394	155236	427	182329	460	211600	493	243049	526	276676
395	156025	428	183184	461	212521	494	244036	527	277729
396	156816	429	184041	462	213444	495	245025	528	278784
397	157609	430	184900	463	214369	496	246016	529	279841

Radici.	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*
530	280900	557	310249	584	341056	611	373321	638	407044
531	281961	558	311364	585	342225	612	374544	639	408421
532	283024	559	312481	586	343396	613	375769	640	409600
533	284089	660	303600	587	344569	614	376996	641	410881
534	285156	561	314721	588	345744	915	378225	642	412104
535	286225	562	315844	589	346921	616	379456	643	413449
536	287296	563	316969	590	348100	617	380689	644	414736
537	288369	564	318096	591	349281	618	381924	645	416025
538	289444	565	319225	492	350464	619	383161	646	417316
539	290521	566	320356	593	351649	620	384400	647	418609
540	201600	567	321489	594	352836	621	385641	648	419904
541	292681	568	322624	595	354025	622	386884	649	421201
542	293764	569	323761	596	355216	623	388129	650	422500
543	294849	570	324900	597	356409	624	389376	651	423801
544	295936	571	326041	598	357604	625	390625	652	425104
545	297025	572	327184	599	358801	626	391876	653	426409
546	298116	573	328329	600	360000	627	393129	654	427716
547	299209	574	329476	601	361201	628	394384	655	429025
548	300304	575	330625	602	362404	629	395641	656	430336
549	301401	576	331776	603	363609	630	396900	667	431649
550	302500	577	332929	604	364816	631	398161	658	432964
551	303601	578	334084	605	366025	532	399424	659	434281
552	304704	579	335241	606	67236	633	400689	660	435600
553	305809	580	336400	607	368449	634	401956	661	436921
554	306916	581	337561	608	369664	635	403225	662	438244
555	308025	582	338724	609	370881	636	404196		
556	309136	583	339889	610	372100	637	405769		

Et se per auuentura questa Tauola delle Radici quadrate, non fuße per le tue misure à bastanza, se si misurerà la distantia della cosa con piedi, si potrà ridurre la misura de piedi à passi, ò à canne; et per questa via le radici sopra dette seruono à qual si voglia lunghissimo modo di misurare. Potrassi ancora accrescere detta tauola (senza difficoltà) in qual si voglia numero se ben volessi, che fusse infinito. Il che si farà in questo modo. Raddoppisi la radice dell' vltimo quadrato del quale si hà cognitione, & à questo numero aggiungasi vno 1. & tutto questo numero si aggiunga similmente all' ultimo quadrato, & ne verrà quel quadrato, che segue, il quale si andaua cercando: come per essempio, l'ultimo quadrato di questa tauola è 438244. & la sua radice è 662. raddoppisi questa, & ce ne verrà 1324. se à questo numero si aggiunge vno 1. haremo 1325. & se si aggiungerà questo numero al quadrato 438244. haremo 439569. la radice del quale sarà 663. Et se si aggiungerà à 1325. un 2. & il medesimo sempre al numero che ce ne viene, & si aggiungerà questa differentia de numeri, à ciascuno da sperse de quadrati di sopra, ce ne risulterà senza maggior fatica il quadrato, che segue: come per eßempio, dall' aggiungimento del 1325. al quadrato 438244. si cauò il quadrato 439569. se si aggiungerà al 1325. un 2. la differētia sarà 1327. aggiunghisi à quest' ultimo quadrato 439569. & si harà il quadrato che segue, che sarà 440896. la qual cosa ci succederà ancora nel medesimo modo ne gli altri quadrati, che seguiranno.

Regola delle tre cose, ouero quattro proportionali.

DAlla dicianouesima Proposta del nono di Euclide, si cauò una regola, come dati tre numeri si possi per loro ritrouare il quarto à loro proportionale; dalla quale si è cauata q̄lla regola, che i Ma-

Matematici chiamano Regola dorata delle quattro proportionali: la quale non ſarà mai tanto lodata, che baſti. Queſta regola da volgari è chiamata la Regola del tre, ò vogliamo dire delle tre coſe: la ineſtimabile commodità della quale laſcieremo giudicare à coloro, che ſi eſſercitano in maneggiare i numeri, ò le matematiche concioſia che fra le coſe proportionali, non pare che poſsa occorrere difficultà, ò dubbio alcuno, che non ſi leui ſubito via, mediante il beneficio di queſta regola.

Propoſtoci adunque quattro numeri proportionali fra di loro, che quel riſpetto, ò proportione che hà il primo al ſecōdo, lo habbia ancora il terzo al quarto: ſe per auuentura auuerrà, che ci ſia aſcoſa la quantità di alcun di loro, ci ſarà facile il ritrouarla, mediante l'aiuto delli altri tre, in queſto modo. Siano i propoſtoci punti A B C D, *& come lo* A *corriſponde al* B, *coſi corriſponda il* C *al* D, *& ſia vn di loro, del quale ci ſia aſcoſa la ſua quantità, come per eſſempio ſi dica che ſia il* D, *che è l'vltimo, cioè il quarto per ordine; ſe noi vorremo ſapere quanto egli è, multiplichiſi vno de numeri del mezo nell'altro, come è il* B *nel* C, *ouero il* C *nel* B; *& quel che ce ne verrà partaſi per il primo, cioè per l'*A, *che è il primo delle eſtremità, ò teſte de detti numeri, & ſapremo quanto ſarà il quarto proportionale. Debbono veramente queſti numeri eſſere talmente propoſti, ò eſpreſſi, che il primo & il terzo conuēghino inſieme quanto al fatto, & quanto al nome, & il ſecōdo ancora ſimilmente con il già trouato quarto. Come ſe* A *ſarà ſtata per modo di dire* 8. B 12. *&* C 10. *la diſputa, ò dimanda ſi debbe formare in queſto modo: ſe* 8. *mi dà* 12. *che mi darà* 10. *& ciò ſi intende delle medeſime coſe, valute, ò quantità. Multiplichiſi adunque* 12. *per* 10. *ouero* 10. *per* 12. *& ce ne verrà* 120. *ilche ſe noi diuidermo per* 8. *ce ne verrà* 15. *per parte,*

8. 12. 10. 15.
A—B. C--D

che

che conueranno quanto al fatto, & quanto al nome con esso 12. Et à questo 15. pare che con tal proportione corrisponda il 10. con quale lo 8. corrisponde al 12. conciosia che l'una & l'altra corrisponde per sesquialtera, cioè per la metà. Adunque se 8. braccia di vn panno propostoci vagliono 12. Δ, 10. braccia ne varranno 15. O se vna propostaci ruota in 8. hore harà compito 12. delle sue reuolutioni, ella in 10. hore ne farà 15. nè altrimenti si hà à giudicare de gli altri numeri simili, & similmente propostoci. Ma quando auuenisse, che hauessimo notitia delli altri tre numeri, ò termini; & che il primo, cioè lo A, ci fusse nascoso, & volessimo ritrouarlo per il beneficio del saper li altri, perciochè i numeri proportionali fra di loro per vn verso, sono ancora proportionali per l'altro, & in quel modo che corrisponde il D al C, cosi corrisponde ancora il B al A, però ponghinsi i numeri al contrario del modo di prima in questa forma; dipoi tengasi nell'operare quel la regola, che poco fà si è detta, multiplicando B per C, ouero C, per B, & diuidendo quel ce ne viene per il detto D; & questa diuisione ci darà numero A, che andauamo cercando. Imperoche posto sopra delle lettere la detta corrispondentia de numeri, se 12. multiplicato per 10. ci darà 120. come prima, diuiso poi per 15. ci darà 8. per parte. Al quale 8. il 12. corrisponde in quella medesima proportione, che fà il 15. al 10. conciosia che l'una & l'altra è sesquialtera, cioè per la metà più.

15. 10. 12. 8.
D—C. B—A

Auuiene adunque il medesimo, come se il secondo numero si multiplicasse per il terzo, & il multiplicato si partisse per il primo. Ma bisogna riuoltare la proportione de termini in questo modo, & propor talmente la disputa, ouero dimanda, che il numero à noi incognito caschi sempre nel quarto luogo, & quanto poi al modo dell'operare non si hà da disco-

stare

ſtare dalla data regola generale.

Et quando auueniſſe, che uno de termini del mezo fuſſe quel lo, che ci fuſſe naſcoſo, come è; per modo di eſſempio il B, *che quanto all'ordine, è il termine, ò numero ſecondo, biſogna anteporre la ſeconda proportione alla prima, cioè porre gli vltimi duoi termini verſo la ſiniſtra innanzi à primi, acciochè il* B, *poſſa collocarſi nel quarto & vltimo luogo, come moſtra il preſente diſegno. Perciochè ſe* A, *corriſponde al* B, *come il* C *al* D, *(ſi come preſupone la regola) in quella proportione adunque, che corriſponde il* C *al* D, *corriſponderà ancora l'*A *al* B. *Preparate in queſto modo queſte coſe multiplichiſi* D *per* A, *cioè* 15. *per* 8. *ouero* 8. *per* 15. *& ce ne verrà di nuouo* 120 *il qual multiplicato diuiſo per il* C, *cioè per* 10. *ci darà* 12. *per parte; il che ſarà la quantità del* B, *che andauamo cercando, & corriſponderà l'*8. *al* 12. *in quella proportione che fà il* 10. *al* 15. *cioè per ſeſquialtera, che vien ad eſſere per la metà.*

10. 15. 8. 12.
C—D.A—B

Ma quando vltimamente auueniſſe, che haueſſimo dibiſogno di ritrouare il terzo termine, ò numero, quanto all'ordine, biſogna riuolgere & i termini, & le proportioni, inanzi che ſi cominci ad operare, ſecondo la regola generale, in quel modo che ſi diſſe, che ſi oſſeruaſſe, hauendo poſto il terzo numero nel luogo del quarto, come moſtra la preſente figura.

Et replicando per maggior dichiaratione di tutte le coſe dette, i numeri, che da prima ſi ſon preſi, multiplichiſi il D *per la* A, *& diuidaſi tal multiplicato per il* B, *ce ne verrà il* C, *perciochè ſe ſi multiplicherà il* 15. *per lo* 8. *& ſi partirà per il* 12. *hauendoci dato* 120. *ci darà* 10. *per parte che ſarà il* C. *Il medeſimo ſi farà quando non haremo notitia di alcun numero del mezo, come che ſe ſi multiplicaſſe vno delli eſtremi, cioè poſto nel principio,*

12. 8. 15. 10.
B—A.D—C

ò nel

ò nel fine per l'altro; & si diuidesse poi quel che ce ne venisse per vno di quelli del mezo, che ci fusse noto. Ma auuenga che sia qual si uoglia de numeri, che ci sia nascoso, & che noi vogliamo sapere; se hanno sempre à riuolgere, & posporre i numeri che ci saranno noti; che quel che ci è nascoso possa porsi nell'vltimo luogo, ò vogliamo dire sedia, per ritrouarlo mediante la regola generale, come si è detto di sopra. Mediante il discorso, ò uogliam' dire la essamina de quattro passati essempi, si può facilmente uedere, quãto sia indissolubile, & stretta la fratellanza, ouero il legamento de detti quattro numeri proportionali: conciosia cosa che non hauendo notitia di vno di essi, & sia qual di loro si voglia, si vede che si genera mediante l'aiuto de gli altri tre, che ci sono noti: & che non solamente il primo hà quel rispetto al secondo, che il terzo al al quarto: ma fra il primo, & il terzo è la medesima proportione, che è fra il secondo, & il quarto. Bisogna nondimeno auuertire, che doue (fatta come habbiam detto la diuisione) ci auanzasse alcun resto, che fusse minore del Partitore, bisogna ridurlo in più minuto numero; & ciò bisogna fare tante volte, che non ci resti cosa alcuna della diuisione. Come per essempio, se si comperasse quattro libbre di zuchero à 15. soldi, la libbra et noi uolessimo sapere quanto si harebbon à comperar sette delle medesime libre, bisogna multiplicare 15. per 7. & ce ne uerrà 105. il che partito per 4. ci darà 26. per parte, & auanzeracci 1. hora perche vn soldo vale 12. danari, diuidasi quello 1. che ci rimase, in 12. il qual, 12. ridiuidasi di nuouo per 4. & ce ne verrà 3. conchiudi adunque, il desiderato numero 7. che viene ad essere il quarto, del quale non haueuamo notitia, si harà à comperare per soldi 26. danari 3. Dalche di nuouo si caua esso numero, che primieramente si hà à diuidere, generato dalla multiplication del secondo nel ter-

zo, ouero dal terzo nel ſecondo, douerſi riſoluere in vn numero minore tante volte, quante egli ci accadrà, che ſia minore del partitore, acciochè ei ſi poſſa con eſſo diuidere più facilmente. Aggiungaſi à queſto, che ſe alcuno de 3. numeri, de quali habbiamo notitia, fuſſe non ſolo d'interi, ma d'interi, & di rotti; biſogna ridurre detti interi tutti ad una medeſima ſorte di rotti, prima che noi entriamo, ſecondo la regola, alla operatione; con tale oſſeruatione nondimeno, che il primo, & il terzo conuenghino nella reduttione de loro interi. Come per eſſempio, ſe ci fuſſe propoſto vna ruota, che in quattro dì, & quattro hore faceſſe cinque delle ſue intere reuolutioni, et uoleſſimo ſapere, quante reuolutioni ella farebbe in 10. interi giorni. Riſoluinſi prima li quattro giorni in hore, che ſaranno 96. perche ogni giorno è hore 24. & quattro ne haueuano prima che fà 100. hora perche ei biſogna, che il terzo numero (quanto all'ordine) conuenga con il primo, quanto à fatti, & quanto al nome; conuertinſi li 10. giorni in hore, che ſaranno 240. multiplichiſi dipoi 240. per 5. & ce ne uerrà 1200. ilche partito per 100. ci darà 12. il qual 12. ſarà il deſiderato numero delle reuolutioni, che farà la ruota ne detti 10. giorni: & ſarà ancora, come ſi può conſiderare, il quarto numero quanto all'ordine, del quale non haueuamo notitia alcuna.

TAVOLA DELLE
Cose più Notabili.

Come

ouato

in

Norue-

TAVOLA.

IL FINE.